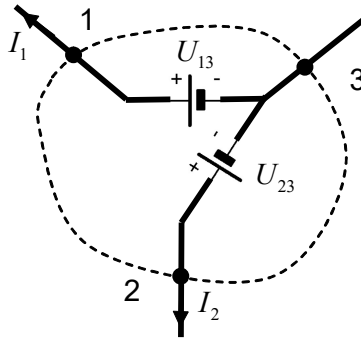


Rezolvare

a) 2 puncte

Puterea schimbată cu restul circuitului este determinată doar de următoarele mărimi: U_{13} (tensiunea bornei 1 față de borna 3), U_{23} (tensiunea bornei 2 față de borna 3), curenții I_1 și I_2 (considerați ca ieșind din subcircuit). Curentul pe firul 3 nu este independent, el fiind legat de I_1 și I_2 prin legea curenților și, de asemenea, tensiunea între bornele 1 și 2 este determinată univoc de tensunile U_{13} și U_{23} .

Putem construi un circuit echivalent ca în Fig. 2 cu două generatoare care au la borne tensiunile U_{13} și U_{23} .



Puterea **generată** de subcircuit și transferată restului circuitului este $P_{gen} = I_1 U_{13} + I_2 U_{23}$. Sunt necesare doar două măsurări de tensiuni și două măsurări de intensități. Numerotarea nodurilor este arbitrară dar la măsurări trebuie luate în considerare polaritățile tensiunilor și sensurile curenților, așa cum au fost ele alese ca referințe în figură..

b) 2 puncte

Dacă valoarea expresiei $I_1 U_{13} + I_2 U_{23}$ rezultă pozitivă, atunci subcircuitul chiar generează energie, dacă valoarea expresiei este negativă atunci subcircuitul primește energie (este consumator).

c) 3 puncte

Cum tensiunile celor N noduri sunt măsurate în raport cu un același nod putem considera că acel nod are potențialul zero (referința de potențial) iar tensiunile măsurate sunt potențialele V_k ale nodurilor. Ținând seama că energia unei sarcini q aflată într-un punct în care potențialul electric este V are expresia $q \cdot V$, și făcând bilanțul energetic la cele N noduri la care subcircuitul schimbă sarcină cu restul circuitului, obținem $P_{gen} = \sum_{\substack{\text{curentii} \\ \text{care ies}}} V_k I_k - \sum_{\substack{\text{curentii} \\ \text{care intra}}} V_k I_k$

unde cei N curenți au fost împărțiți în două grupe, după sensurile lor, toate intensitățile fiind considerate pozitive.

Dacă facem convenția ca intensitățile curenților care ies să fie pozitive iar intensitățile curenților care intră să fie negative, obținem

$$P_{gen} = \sum_{k=1}^N V_k I_k,$$

acum intensitățile din formulă avînd semne algebrice conform convenției.

d) 2 puncte

Prin modificarea nodului de referință, la toate potențialele se adaugă aceeași cantitate ΔV (pozitivă sau negativă) și aplicarea formulei precedente conduce la

$$P_{gen} = \sum_{k=1}^N (V_k + \Delta V) I_k = \sum_{k=1}^N V_k I_k + \Delta V \cdot \sum_{k=1}^N I_k .$$

Dar, din legea curenților, $\sum_{k=1}^N I_k = 0$ și termenul al doilea e nul. În consecință relația

$P_{gen} = \sum_{k=1}^N V_k I_k$ este valabilă pentru orice alegere a referinței de potențial.