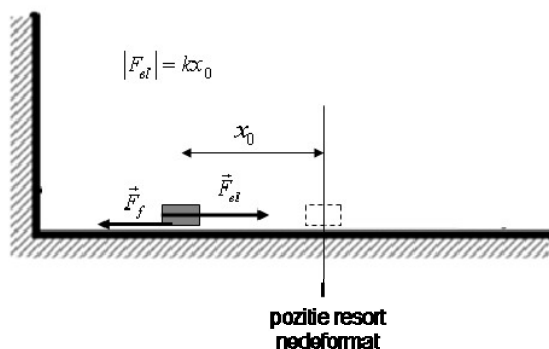


a)



a) Resortul fiind comprimat cu x_0 acționează asupra corpului cu forța de modul kx_0 orientată spre dreapta. Între corp și suprafața mesei apare o forță de frecare statică, în sens opus tendinței de deplasare. Valoarea maximă a modului acestei forțe este μmg . Pentru a pleca din repaus corpul trebuie să capete accelerație (cît de mică), deci condiția este

$$kx_0 > \mu mg$$

b) Considerînd această condiție îndeplinită dar mărimea x_0 necunoscută, identificați regiunea în care corpul se va opri definitiv.

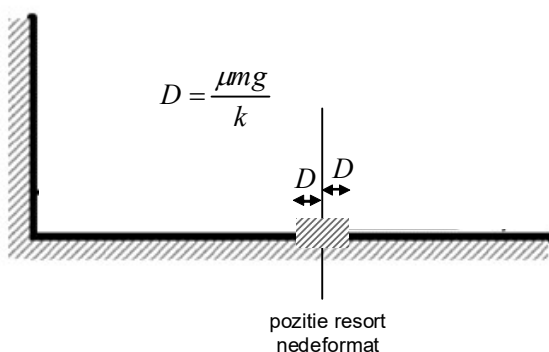
Pentru oprire definitivă corpul trebuie să ajungă la viteza nulă într-un punct în care condiția de plecare de la punctul a) să NU fie îndeplinită, adică

$$k|x| \leq \mu mg$$

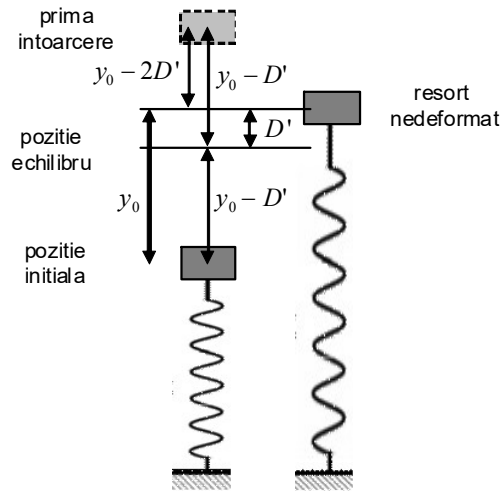
Regiunea aceasta se întinde de o parte și alta a poziției în care resortul nu este deformat, pînă la distanța

$$D = \frac{\mu mg}{k}$$

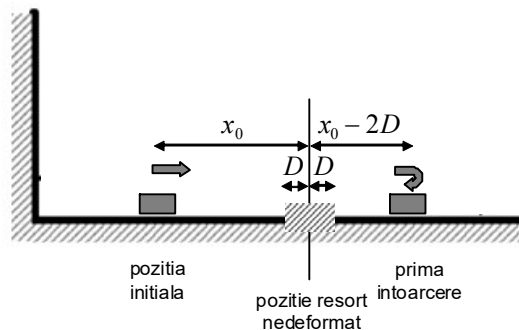
măsurată de la această poziție.



c) Să alegem originea axei de coordonate în punctul în care resortul nu este deformat. Pînă cînd viteza ajunge la zero corpul se mișcă sub efectul forței elastice $F_{el} = -kx$ și al forței de frecare cinetică (care este constantă, egală în modul cu μmg și orientată în sensul invers mișcării).



Situația este similară cu mișcarea pendulului elastic vertical care se mișcă în câmp gravitațional (vezi figura) după ce resortul a fost comprimat și apoi lăsat liber. Forța constantă este aici greutatea și ea este orientată în sensul opus mișcării pînă cînd corpul ajunge la prima întoarcere (la înălțimea maximă) exact ca în problema noastră.. Pentru pendulul elastic cunoaștem mișcarea. Acesta efectuează oscilații armonice în jurul poziției de echilibru, care este cu $D' = \frac{mg}{k}$ mai jos decît poziția la care resortul nu este deformat. Dacă y_0 a fost deformarea inițială, prima întoarcere se va face la o poziție simetrică față de cea de echilibru, adică la o distanță de $y_0 - 2D'$ față de poziția în care resortul nu este deformat.



Astfel, pentru sistemul din problemă, prima întoarcere se va face în dreapta originii, la o distanță egală cu $|x_1| = x_0 - 2D = x_0 - 2\frac{\mu mg}{k}$ față de aceasta. Aici corpul ajunge la viteza nulă și apoi, dacă $|x_1| > D$, începe mișcarea în sens invers. Forța de frecare își schimbă și ea sensul și ne găsim exact ca în situația inițială, numai că poziția inițială este acum în dreapta iar distanța inițială pînă la origine este $x_0 - 2D$. Dacă x_0 a fost destul de mare, corpul traversează regiunea găsită la punctul b) și întoarce undeva în stînga ei, la distanța $|x_2| = |x_1| - 2D = x_0 - 4D$ față de origine. A treia întoarcere va avea loc în dreapta originii la distanța $|x_3| = |x_2| - 2D = x_0 - 6D$ și așa mai departe. Pentru a n -a întoarcere distanța față de origine va fi $|x_n| = x_0 - 2 \cdot n \cdot D$.

Pendulul elastic vertical s-ar mișca în continuare ca cel din problema noastră dacă la fiecare întoarcere câmpul gravitațional și-ar schimba sensul, vectorul greutate fiind mereu orientat invers decât viteza.

d) Fiecare nouă întoarcere are loc la o distanță de origine cu $2D$ mai mică decât precedenta. Pentru un anumit n_{stop} această poziție se va găsi în regiunea de oprire definitivă determinată la punctul b) . n_{stop} este, deci, cel mai mic număr întreg n care îndeplinește condiția

$$|x_0 - 2 \cdot n \cdot D| \leq D$$

e) Revenind la pendulul elastic vertical în câmp gravitațional, timpul până la prima întoarcere este jumătate din perioadă adică

$$t_1 = \frac{2\pi}{2} \sqrt{\frac{m}{k}} = \pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Acesta este și timpul până la prima întoarcere în problema noastră. Până la a doua întoarcere mișcarea este similară, dar cu amplitudine mai mică. Cum perioada nu depinde de amplitudine, timpul necesar este tot o jumătate de perioadă. De aici rezultă că

$$t_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \text{ și } t_3 = 3\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

f)

$$D = \frac{\mu mg}{k} = \frac{0,2 \cdot 1 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2}{100 \text{ N/m}} = 0,02 \text{ m} = 2 \text{ cm}$$

$$|x_0 - 2 \cdot n \cdot D| \leq D \Rightarrow |15 - 4 \cdot n| \leq 2 \Leftrightarrow |3,75 - n| \leq 0,5$$

Cel mai mic număr întreg care îndeplinește relația anterioară este 4. În consecință, corpul se va opri definitiv la momentul

$$t_4 = 4\pi \sqrt{\frac{1 \text{ kg}}{100 \text{ N/m}}} = 1,26 \text{ s}$$

la distanța

$$|x_4| = |x_0 - 8D| = 1 \text{ cm}$$

în dreapta originii.