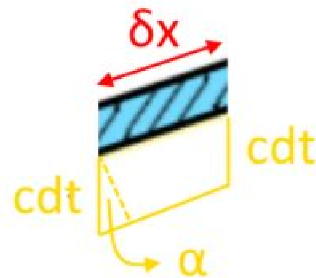
Bareme

Cayuss Mihaitoaia

December 6, 2022

1 Oglindă oscilantă

Să calculăm forța și momentul forței dat de reflexia fotonilor pe oglindă când aceasta se află la un unghi α.
Volumul elementar de fotoni care cad pe o lungime δx de oglindă într-un timp elementar δt:
$\delta V = l \cdot \delta x \cdot c\delta t \cdot cos\alpha \Rightarrow$ numărul elementar de fotoni incidenți $\delta N = n \cdot \delta V = n \cdot l \cdot \delta x \cdot c\delta t \cdot cos\alpha$



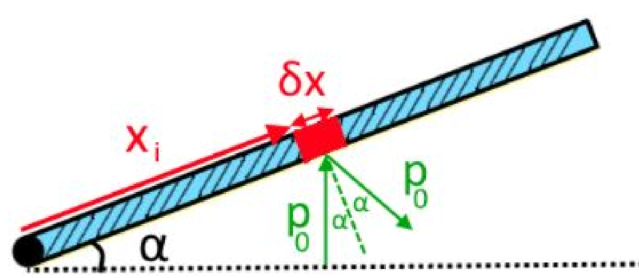
Fiecare foton contribuie cu variația de impuls $\Delta p = 2p_0 cos\alpha$, unde $p_0 = \frac{h}{\lambda}$ este impulsul unui foton $\Rightarrow$ variația totală de impuls pe lungimea δx: $\Delta p_{tot} = \delta N \cdot \Delta p = n \cdot l \cdot \delta x \cdot c\delta t \cdot cos\alpha \cdot 2p_0 cos\alpha = 2p_0 nlc \cos^2 \alpha \cdot \delta x \cdot \delta t$

Forța elementară pe elementul δx : $\delta F = \frac{\Delta p_{tot}}{\delta t} = 2p_0 nlc \cos^2 \alpha \cdot \delta x$

Această forță este perpendiculară pe oglindă (variația impulsului este perpendiculară pe oglindă), deci momentul elementar: $\delta M = x \cdot \delta F = 2p_0 nlc \cos^2 \alpha \cdot x \cdot \delta x$

Momentul total asupra oglinzii din partea fotonilor se obține însumând aceste momente elementare dacă împărțim oglinda în n părți, fiecare cu lățimea δx:

$\delta M_i = 2p_0 nlc \cos^2 \alpha \cdot x_i \cdot \delta x = 2p_0 nlc \cos^2 \alpha \cdot i \cdot \delta x^2$, cu $x_i = i \cdot \delta x$ pentru al i-lea element.



Deci:

$M_{fot} = \sum_{i=1}^{n} 2p_0nlc\cos^2\alpha \cdot i \cdot \delta x^2 = 2p_0nlc\cos^2\alpha \cdot \delta x^2 \sum_{i=1}^{n} i = 2p_0nlc\cos^2\alpha \cdot \delta x^2 \cdot \frac{n\cdot(n+1)}{2}$

Dar $n >> 1 \Rightarrow M_{fot} \approx 2p_0nlc\cos^2\alpha \cdot \delta x^2 \cdot \frac{n^2}{2} = 2p_0nlc\cos^2\alpha \cdot \frac{l^2}{2} = p_0nl^3c\cos^2\alpha$

Pentru echilibru: $M_{fot} = M_G \Rightarrow p_0nl^3c\cos^2\alpha_0 = mg\frac{l}{2}\cos\alpha_0 \Leftrightarrow \cos\alpha_0 = \frac{mg}{2p_0nl^2c} = \frac{1\cdot 10}{2\cdot\frac{6.626\cdot 10^{-34}}{600\cdot 10^{-9}}\cdot 3.0184\cdot 10^{19}\cdot 1^2\cdot 3\cdot 10^8}$
$\cos\alpha_0 \approx 0.5 \Rightarrow \alpha_0 \approx 60°$

Deplasare față de poziția de echilibru cu un $\Delta\alpha << \alpha_0 \Rightarrow$ unghiul cu orizontala $\alpha = \alpha_0 + \Delta\alpha$

Aproximații utile:
$\cos\alpha = \cos(\alpha_0 + \Delta\alpha) = \cos\alpha_0 \cdot \cos\Delta\alpha - \sin\alpha_0 \cdot \sin\Delta\alpha \approx \cos\alpha_0 - \sin\alpha_0 \cdot \Delta\alpha$
$\cos^2\alpha \approx (\cos\alpha_0 - \sin\alpha_0 \cdot \Delta\alpha)^2 = \cos^2\alpha_0 - 2\cos\alpha_0 \cdot \sin\alpha_0 \cdot \Delta\alpha + \sin^2\alpha_0 \cdot \Delta\alpha^2 \approx \cos^2\alpha_0 - 2\cos\alpha_0 \cdot \sin\alpha_0 \cdot \Delta\alpha$

Principiul 2 la rotație față de axa de rotație:

$M_{fot} - M_G = I \cdot \ddot{\alpha} \Leftrightarrow p_0nl^3c\cos^2\alpha - mg\frac{l}{2}\cos\alpha = \frac{ml^2}{3}\cdot\ddot{\alpha}$, ținem cont de faptul că $\ddot{\alpha} = \ddot{\Delta\alpha}$

$\Rightarrow p_0nl^3c \cdot (\cos^2\alpha_0 - 2\cos\alpha_0 \cdot \sin\alpha_0 \cdot \Delta\alpha) - mg\frac{l}{2} \cdot (\cos\alpha_0 - \sin\alpha_0 \cdot \Delta\alpha) \approx \frac{ml^2}{3} \cdot \ddot{\Delta\alpha}$

$\Rightarrow -(2p_0nl^3c \cdot \cos\alpha_0 \cdot \sin\alpha_0 - mg\frac{l}{2} \cdot \sin\alpha_0) \cdot \Delta\alpha = \frac{ml^2}{3} \cdot \ddot{\Delta\alpha} \rightarrow$ ec. diferențială a osc. armonic

$\Rightarrow \omega^2 = \frac{3}{ml}(2p_0nl^2c \cdot \cos\alpha_0 \cdot \sin\alpha_0 - \frac{mg}{2} \cdot \sin\alpha_0)$

Numeric: $\omega^2 = \frac{3}{1\cdot 1}(2 \cdot \frac{6.626\cdot 10^{-34}}{600\cdot 10^{-9}} \cdot 3.0184 \cdot 10^{19} \cdot 1^2 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1\cdot 10}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}) \approx 12.9902 \cdot \frac{rad^2}{s^2}$

$\Rightarrow \omega \approx 3.6042 \cdot \frac{rad}{s} \approx \boxed{3.6 \cdot \frac{rad}{s}}$

2 Pompă de compresie imperfectă

Notații utilizate:
p_k și n_k presiunea respectiv concentrația volumică de molecule imediat după al k-lea ciclu al pompei
p'_k și n'_k presiunea respectiv concentrația volumică de molecule imediat înainte de al k+1-lea ciclu al pompei

Conform enunțului și formulelor oferite: $p_1 = p_i + p_0\frac{v}{V}$

În intervalul de timp Δt dintre ciclul 1 și ciclul 2 vor ieși molecule prin orificiu. Conform formlei, în intervalul δt vor ieși $\delta N = \frac{1}{4}nS\overline{v}\delta t$ molecule din incintă. Concentrația volumică și variația sa elementară: $n = \frac{N}{V}$ și $\delta n = -\frac{\delta N}{V} \Rightarrow \delta n = -n\frac{S\overline{v}}{4V}\delta t$

Împărțim diferența de concentrație volumică $\Delta n = n'_1 - n_1$ în k intervale egale $\delta n_j = \delta n = \frac{\Delta n}{k}, k >> 1$
Atunci $n'_1 = n_1 + \sum_{j=1}^{k}\delta n_j$ și introducem notația $n_i = n_1 + \sum_{j=1}^{i}\delta n_j \Rightarrow n_i = n_1 + i \cdot \delta n$.
Fiecărei concentrații n_i îi corespunde un interval elementar δt_i: $\delta n = -n_i\frac{S\overline{v}}{4V}\delta t_i$
Separând termenii: $\frac{\delta n}{n_i} = -\frac{S\overline{v}}{4}\delta t_i \Leftrightarrow \frac{\delta n}{n_1 + i\cdot\delta n} = -\frac{S\overline{v}}{4V}\delta t_i$

Și însumând obținem: $\sum_{i=1}^{k}\frac{\delta n}{n_1 + i\cdot\delta n} = -\frac{S\overline{v}}{4V}\sum_{i=1}^{k}\delta t_i$

Facem uz de suma dată: $\sum_{i=1}^{k} \frac{\delta n}{n_1+i\cdot\delta n} \approx \ln\frac{n_1+k\cdot\delta n}{n_1} = \ln\frac{n_1'}{n_1}$
Suma intervalelor δt_i va fi intervalul Δt: $\sum_{i=1}^{k}\delta t_i = \Delta t$

Deci: $\ln\frac{n_1'}{n_1} = -\frac{S\overline{v}}{4V}\Delta t \Rightarrow n_1' = n_1 \cdot e^{-\frac{S\overline{v}}{4V}\Delta t}$.

Prin aceași metodă se obține relația generală: $n_k' = n_k \cdot e^{-\frac{S\overline{v}}{4V}\Delta t}$. Notăm cu $\alpha = e^{-\frac{S\overline{v}}{4V}\Delta t} \Rightarrow n_k' = \alpha \cdot n_k$

Presiunea $p_k = \frac{1}{3}m_0 n_k \overline{v^2}$ și $p_k' = \frac{1}{3}m_0 n_k' \overline{v^2} \Rightarrow p_k' = \alpha \cdot p_k$

$\Rightarrow p_1' = \alpha \cdot p_1 = \alpha \cdot (p_i + p_0\frac{v}{V}) = \alpha p_i + \alpha p_0\frac{v}{V}$

$p_2 = p_1' + p_0\frac{v}{V} = \alpha p_i + (\alpha+1)p_0\frac{v}{V} \Rightarrow p_2' = \alpha \cdot p_2 = \alpha^2 p_i + (\alpha^2+\alpha)p_0\frac{v}{V}$

$p_3 = p_2' + p_0\frac{v}{V} = \alpha^2 p_i + (\alpha^2+\alpha+1)p_0\frac{v}{V}$ .....

Prin inducție: $p_k = \alpha^{k-1}p_i + \sum_{i=0}^{k-1}\alpha^i p_0\frac{v}{V}$

Suma: $\sum_{i=0}^{k}\alpha^i = \frac{\alpha^{k+1}-1}{\alpha-1}$, dar $\alpha < 1$ și pentru $k >> 1$ avem: $\sum_{i=0}^{k}\alpha^i \approx \frac{1}{1-\alpha}$

Pentru un număr mare de cicluri: $p_k \approx p_0\frac{v}{(1-\alpha)V} \equiv p_{lim}$

Numeric: $\overline{v} = \sqrt{\frac{8\cdot 8.31\cdot 300}{\pi\cdot 29.73\cdot 10^{-3}}} \approx 462.104 m/s, \quad \alpha = e^{-\frac{10^{-4}\cdot 462.104}{4\cdot 1}\cdot 60} \approx 0.5$

$\Rightarrow p_{lim} = 10^5 \cdot \frac{0.1}{(1-0.5)\cdot 1} = 20000Pa = \boxed{20kPa}$

3 Cum curge apa dintr-un bidon

Notăm cu h_1 înălțimea apei din bidon în momentul când intră prima bulă, cu p_1 presiunea aerului din bidon imediat înainte să intre prima bulă și cu p_1' presiunea aerului din bidon imediat după ce intră prima bulă.

Conform condiției din enunț, ca bula să poată intra trebuie ca presiunea exterioară să învingă presiunea de la suprafața deschizăturii: $p_0 = p_1 + \rho g h_1$

Transformare izotermă: $p_0 \cdot S(h_0 - h_i) = p_1 \cdot S(h_0 - h_1) \Rightarrow p_1 = p_0\frac{h_0-h_i}{h_0-h_1}$

$\Rightarrow p_0 = p_0\frac{h_0-h_i}{h_0-h_1} + \rho g h_1 | \cdot h_0 - h_1 \quad \Rightarrow p_0(h_0-h_1) = p_0(h_0-h_i) + \rho g h_1(h_0-h_1)$

$\Rightarrow \rho g h_1^2 - (p_0 + \rho g h_0)h_1 + p_0 h_i = 0$ Numeric: $h_1^2 - 11h_1 + 5.25 = 0 \Rightarrow h_1 = \frac{11\pm\sqrt{11^2-4\cdot 5.25}}{2}$

$\Rightarrow h_1 = 10.5m$ sau $h_1 = 0.5m \Rightarrow$ evident $h_1 = 0.5m$

Presiunea $p_1 = p_0\frac{h_0-h_i}{h_0-h_1} = 10^5 \cdot \frac{1-0.525}{1-0.5} = 95kPa$

Numărul de moli inițial înainte să intre aer din exterior: $p_0 \cdot S(h_0-h_i) = \nu_0 RT \Rightarrow \nu_0 = \frac{p_0 S(h_0-h_i)}{RT}$

Numărul de moli de aer din bulă: $p_0 V_0 = \nu_b RT \Rightarrow \nu_b = \frac{p_0 V_0}{RT}$

Legea gazelor după intrarea bulei în bidon: $p_1' \cdot S(h_0-h_1) = (\nu_0+\nu_b)RT$

$\Rightarrow p_1' \cdot S(h_0-h_1) = p_0 \cdot S(h_0-h_i) + p_0 V_0 \Rightarrow p_1' = p_0(\frac{h_0-h_i}{h_0-h_1} + \frac{V_0}{S(h_0-h_1)})$

Numeric: $p_1' = 10^5 \cdot (\frac{1-0.525}{1-0.5} + \frac{4\cdot 10^{-6}}{200\cdot 10^{-4}\cdot(1-0.5)}) = \boxed{95.040Pa}$

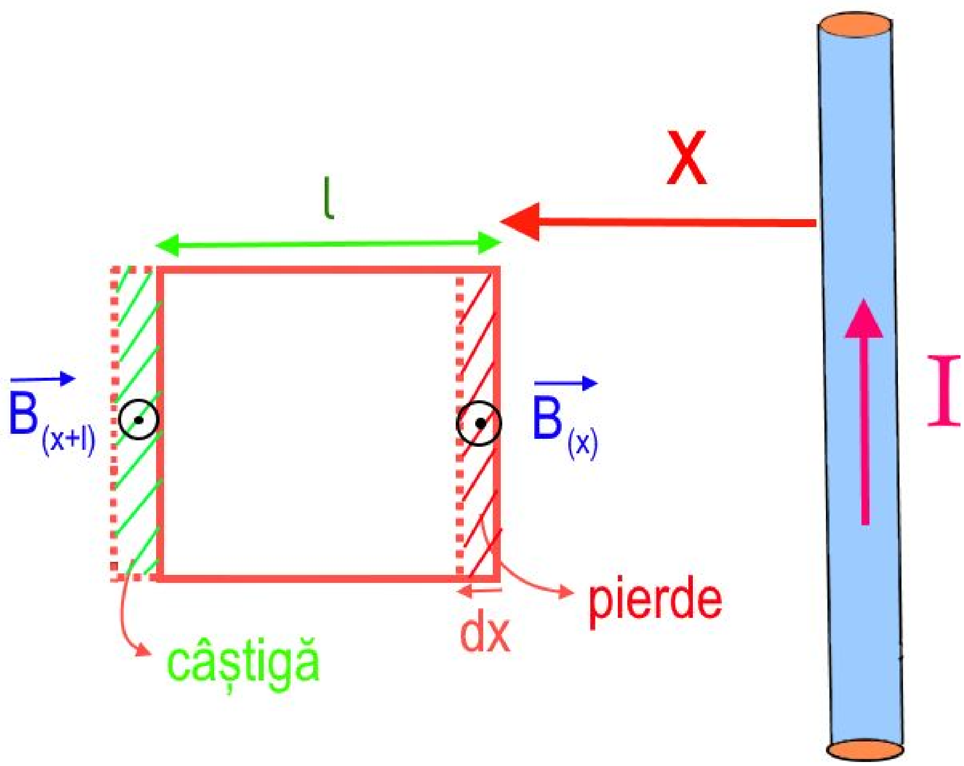
4 Ampermetru wireless

O să înțelegem prin $\Phi_{(x)}$ fluxul prin cadru atunci când latura din dreapta se află la coordonata x de fir.

Legea lui Ampere: $2\pi r \cdot B_{(r)} = \mu_0 I \Rightarrow B_{(r)} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

La un moment de timp t, cadrul se află la coordonata x, unde $r_0 - A \leq x \leq r_0 + A$

Când cadrul se deplasează de la x la $x + dx$, pe de o parte pierde flux și pe de o parte câștigă: pierde flux prin deplasarea firului din dreapta de la x la $x + dx$ și câștigă prin deplasarea firului din stânga de la $x + l$ la $x + l + dx$



Fluxul pierdut: $d\Phi_{pierdut} = B_{(x)} \cdot l dx$
Fluxul câștigat: $d\Phi_{castigat} = B_{(x+l)} \cdot l dx$
Noul flux: $\Phi_{(x+dx)} = \Phi_{(x)} + (B_{(x+l)} - B_{(x)}) \cdot l dx$
Variația fluxului: $d\Phi = \Phi_{(x+dx)} - \Phi_{(x)} = (B_{(x+l)} - B_{(x)}) \cdot l dx$
$\Rightarrow d\Phi = (\frac{\mu_0 I}{2\pi(x+l)} - \frac{\mu_0 I}{2\pi x}) \cdot l dx = -\frac{\mu_0 I l^2}{2\pi} \frac{dx}{x(x+l)}$

Notăm cu δx deplasarea față de poziția r_0, $x = \delta x + r_0$. Cum $A \ll r_0$ și $|\delta x| \leq A \Rightarrow \delta x \ll r_0$

$\Rightarrow \frac{1}{x(x+l)} = \frac{1}{r_0+\delta x}\frac{1}{r_0+l+\delta x} = \frac{1}{r_0(1+\frac{\delta x}{r_0})}\frac{1}{(r_0+l)(1+\frac{\delta x}{r_0+l})} \approx \frac{1}{r_0}\frac{1}{r_0+l}(1-\frac{\delta x}{r_0})(1-\frac{\delta x}{r_0+l}) \approx \frac{1}{r_0(r_0+l)}$
unde am neglijat termenii de ordin 1 în δx

$\Rightarrow d\Phi \approx -\frac{\mu_0 I l^2}{2\pi r_0(r_0+l)} dx$

Legea lui Faraday: $\frac{d\Phi}{dt} = -e_{indus}$

$\Rightarrow$ tensiunea în cadru: $e_{indus} = \frac{\mu_0 I l^2}{2\pi r_0(r_0+l)}\frac{dx}{dt} \Leftrightarrow e_{indus} = \frac{\mu_0 I l^2}{2\pi r_0(r_0+l)} v_{(t)}$, unde $v_{(t)}$ este viteza cadrului

Oscilație armonică $\Rightarrow \delta x_{(t)} = A\sin\omega t \Rightarrow v_{(t)} = \dot{\delta x}_{(t)} = A\omega\cos\omega t \Rightarrow e_{indus(t)} = \frac{\mu_0 I l^2}{2\pi r_0(r_0+l)} A\omega\cos\omega t$

În cadru se va genera un curent alternativ sinusoidal, și deci nanovoltmetrul va indica valoarea efectivă a tensiunii, adică $\frac{1}{\sqrt{2}}$ din amplitudinea tensiunii:

$U_0 = \frac{\mu_0 I l^2 A\omega}{2\sqrt{2}\pi r_0(r_0+l)}$ de unde curentul $I = \frac{2\sqrt{2}\pi r_0(r_0+l)U_0}{\mu_0 l^2 A\omega}$

Numeric: $I = \frac{2\sqrt{2}\pi\cdot 0.2\cdot(0.2+0.1)\cdot 2.357\cdot 10^{-9}}{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 0.1^2\cdot 0.001\cdot 50} \approx \boxed{2A}$

5 Lentilă defectă

Începem prin a determina pozițiile și mărimile imaginilor lanternei în lumină roșie și albastră.

Legea lentilelor: $\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f} \Rightarrow$ poziția imaginii $x_2 = \frac{x_1 f}{x_1+f}$

Mărirea liniară transversală: $\beta = \frac{x_2}{x_1} = \frac{f}{x_1+f} \Rightarrow$ diametrul imaginii: $d = d_0\cdot|\beta| = \frac{d_0 f}{|x_1+f|}$

Lanterna în lumină roșie:
$x_{2r} = \frac{x_1 f}{x_1+f}$, numeric $x_{2r} = \frac{10\cdot 5}{10-5} = 10cm$
$d_r = \frac{d_0 f}{|x_1+f|}$, numeric $d_r = \frac{0.364\cdot 5}{10-5} = 0.364cm$

Lanterna în lumină albastră:
$x_{2a} = \frac{x_1 f'}{x_1+f'}$, numeric $x_{2a} = \frac{10\cdot 6}{10-6} = 15cm$
$d_a = \frac{d_0 f'}{|x_1+f'|}$, numeric $d_a = \frac{0.364\cdot 6}{10-6} = 0.564cm$

Diametrul unghiular sub care este văzută lanterna

în lumină roșie: $\theta_r = \frac{d_r}{D-x_{2r}}$

în lumină albastră: $\theta_a = \frac{d_a}{D-x_{2a}}$

Observatorul distinge cele 2 diametre atunci când poate distinge unghiular circumferințele celor 2 imagini, cu alte cuvinte distanța unghiulară dintre circumferințe să fie cel puțin egală cu rezoluția ochiului, notată $\delta\theta_0 = 50'' = 2.424\cdot 10^{-4} rad$. De asemenea, notăm cele 2 posibiltăți $\delta\theta = \pm\delta\theta_0$.

$\Rightarrow \frac{\theta_a-\theta_r}{2} = \delta\theta \Rightarrow \theta_a - \theta_r = 2\delta\theta \Rightarrow \frac{d_a}{D-x_{2a}} - \frac{d_r}{D-x_{2r}} = 2\delta\theta \quad |\cdot(D-x_{2a})(D-x_{2r})$

$\Rightarrow d_a(D-x_{2r}) - d_r(D-x_{2a}) = 2\delta\theta(D-x_{2a})(D-x_{2r})$

Ecuația generală de gradul 2 în D: $D^2 - \frac{2\delta\theta(x_{2r}+x_{2a})+d_a-d_r}{2\delta\theta}D + \frac{2\delta\theta x_{2r}x_{2a}+d_a x_{2r}-d_r x_{2a}}{2\delta\theta} = 0$

Ecuațiile particulare:

1) $\delta\theta = \delta\theta_0 \Leftrightarrow \theta_a > \theta_r$
$\Rightarrow D^2 - 4.375412\cdot D + 0.052129 = 0 \Rightarrow D = \frac{4.375412\pm\sqrt{4.375412^2-4\cdot 0.052129}}{2} \Rightarrow D = 4.363m$ sau $D = 0.011m$
Evident alegem soluția $D = 4.363m$
Verificare condiție $\theta_a > \theta_r$: $\theta_a = 1.34\cdot 10^{-3} rad, \quad \theta_r = 0.854\cdot 10^{-3} rad$

2) $\delta\theta = -\delta\theta_0 \Leftrightarrow \theta_a < \theta_r$

$\Rightarrow D^2 + 3.875412 \cdot D - 0.022128 = 0 \Rightarrow D = \frac{-3.875412 \pm \sqrt{3.875412^2 + 4 \cdot 0.022128}}{2} \Rightarrow D = 0.0057m$ sau $D = -3.8811m \Rightarrow$ nu avem soluții

Singura soluție corectă este: $D \approx \boxed{4.36m}$.

6 Transformare neobișnuită

Principiul I al termodinamicii: $dU = \delta Q - \delta L$
$dU = \nu C_v dT, \quad \delta Q = \nu C dT, \quad \delta L = pdV$

Legea gazelor ideale: $pV = \nu RT \Rightarrow d(pV) = d(\nu RT) \Leftrightarrow pdV + Vdp = \nu RdT$
$p_{(V)} = \alpha V^2 + \beta \Rightarrow dp = 2\alpha V dV$
$\Rightarrow pdV = (\alpha V^2 + \beta)dV, \quad Vdp = 2\alpha V^2 dV \Rightarrow pdV + Vdp = (3\alpha V^2 + \beta)dV$

$\Rightarrow (3\alpha V^2 + \beta)dV = \nu RdT \Leftrightarrow dV = \frac{\nu RdT}{3\alpha V^2 + \beta}$

$\Rightarrow pdV = \frac{\alpha V^2 + \beta}{3\alpha V^2 + \beta} \nu RdT$

$\Rightarrow \nu C_v dT = \nu CdT - \frac{\alpha V^2 + \beta}{3\alpha V^2 + \beta} \nu RdT \Leftrightarrow C = C_v + \frac{\alpha V^2 + \beta}{3\alpha V^2 + \beta} R$

Aplicație numerică: $C_v = \frac{3}{2}R, \quad C = \frac{3}{2}R + \frac{1 \cdot 1^2 + 2}{3 \cdot 1 \cdot 1^2 + 2} R = \boxed{2.1} \cdot R$

7 Condensator elastic

Câmpul electric generat de armătura inferioară este: $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$
Forța cu care armătura inferioară acționează asupra armăturii superioare, suspendată de resort: $F_e = q\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$, forță atractivă între armături.
Forța elastică trebuie să învingă greutatea armăturii și forța atractivă: $k\Delta l = mg + q\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$
unde $\sigma = \frac{q}{S}$

$\Rightarrow \Delta l = \frac{mg}{k} + \frac{q^2}{2\epsilon_0 Sk}$, numeric $\Delta l = \frac{10 \cdot 10^{-3} \cdot 10}{100} + \frac{(2.975 \cdot 10^{-6})^2}{2 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 0.5 \cdot 100} \approx 0.011m = \boxed{1.1cm}$

8 Scripete greu

Accelerația ambelor corpuri este a_0.

Principiul II pentru ambele corpuri:

Corpul 1: $T_1 - m_1 g = m_1 a_0 \Rightarrow T_1 = m_1(g + a_0)$
Corpul 2: $m_2 g - T_2 = m_2 a_0 \Rightarrow T_2 = m_2(g - a_0)$

Tensiunile din fir sunt diferite pentru că scripetele are masă.

Principiul II la rotație pentru scripete:

$I\epsilon = (T_2 - T_1)R, \quad$ unde ϵ este accelerația unghiulară, I momentul de inerție și R este raza scripetelui

scripetele este un disc $\Rightarrow I = \frac{mR^2}{2}$
firul nu alunecă pe scripete $\Rightarrow a_0 = \epsilon R \Leftrightarrow \epsilon = \frac{a_0}{R}$

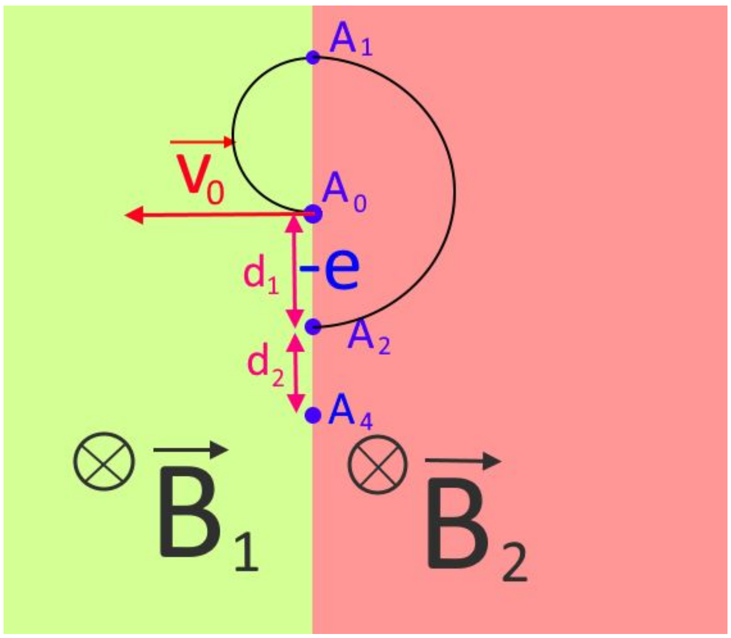
$\Rightarrow \frac{mR^2}{2}\frac{a_0}{R} = [m_2(g - a_0) - m_1(g + a_0)]R \Leftrightarrow \frac{ma_0}{2} = (m_2 - m_1)g - (m_2 + m_1)a_0$

$\Rightarrow m = 2(m_2 - m_1)\frac{g}{a_0} - 2(m_2 + m_1)$

Numeric: $m = 2(3-2)\frac{10}{1} - 2(3+2) = \boxed{10kg}$

9 Capcana de electroni

A_k - a k-a revenire a electronului pe frontieră



Distanțele d_k vor scădea constant pe măsură ce câmpurile magnetice cresc în modul la fiecare 2 reveniri pe frontieră.

$A_0A_1 = D_{11} = 2R_{11}$
$A_1A_2 = D_{12} = 2R_{12}$

Echilibrul forțelor: $\frac{mv^2}{R} = qvB \Leftrightarrow R = \frac{mv}{qB}$

$\Rightarrow R_{11} = \frac{mv_0}{eB_1}, \quad R_{12} = \frac{mv_0}{eB_2}$

$\Rightarrow d_1 = D_{12} - D_{11} = 2(\frac{mv_0}{eB_2} - \frac{mv_0}{eB_1}) \Leftrightarrow d_1 = \frac{2mv_0}{e}(\frac{1}{B_2} - \frac{1}{B_1})$

Pentru d_2 situația este similară, însă câmpurile magnetice se dublează în intensitate

$d_2 = \frac{2mv_0}{e}\frac{1}{2}(\frac{1}{B_2} - \frac{1}{B_1})$

Prin inducție: $d_k = \frac{2mv_0}{e}\frac{1}{2^{k-1}}(\frac{1}{B_2} - \frac{1}{B_1})$

Distanța totală după mult timp:

$D = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{2mv_0}{e}\frac{1}{2^i}(\frac{1}{B_2} - \frac{1}{B_1}) = \frac{2mv_0}{e}(\frac{1}{B_2} - \frac{1}{B_1})\sum_{i=0}^{\infty}(\frac{1}{2})^i = \frac{2mv_0}{e}(\frac{1}{B_2} - \frac{1}{B_1})\frac{1}{1-\frac{1}{2}}$

$\Rightarrow D = \frac{4mv_0}{e}(\frac{1}{B_2} - \frac{1}{B_1})$

Numeric: $D = \frac{4 \cdot 9.109 \cdot 10^{-31} \cdot 1000 \cdot 10^3}{1.602 \cdot 10^{-19}}(\frac{1}{1} - \frac{1}{2.2744}) \approx 12.744 \mu m \approx \boxed{12.7 \mu m}$

10 Încărcare descărcare

Când întrerupătorul era închis, bobina se comporta ca un scurtcircuit (curentul se stabilizase și nu mai varia prin aceasta) iar condensatorul se comporta ca o porțiune întreruptă de circuit. Prin urmare, curentul va trece doar prin bobină, iar tensiunea la capetele acesteia este 0 (bobina nu are rezistență și curentul nu variază), deci tensiunea la capetele condensatorului va fi tot 0, de unde tragem concluzia că sarcina pe condensator este 0.

În momentul deschiderii întrerupătorului vom forma un circuit oscilant dintr-o bobină și un condensator. Condțiile inițiale sunt:

curentul prin bobină: $I = \frac{E}{r}$
sarcina pe condensator: $q = 0$

$\Rightarrow$ energia circuitului oscilant va fi stocată inițial doar în bobină: $W = \frac{LI^2}{2}$

Tensiunea este maximă când sarcina este maximă, ceea ce se întâmplă când toată energia se stochează în condensator: $W = \frac{CU_m^2}{2}$

$\Rightarrow \frac{LI^2}{2} = \frac{CU_m^2}{2} \Leftrightarrow U_m = \frac{E}{r}\sqrt{\frac{L}{C}}$

Numeric: $U_m = \frac{10}{10}\sqrt{\frac{0.1}{0.1 \cdot 10^{-6}}} = 1000V = \boxed{1kV}$