Rezolvări

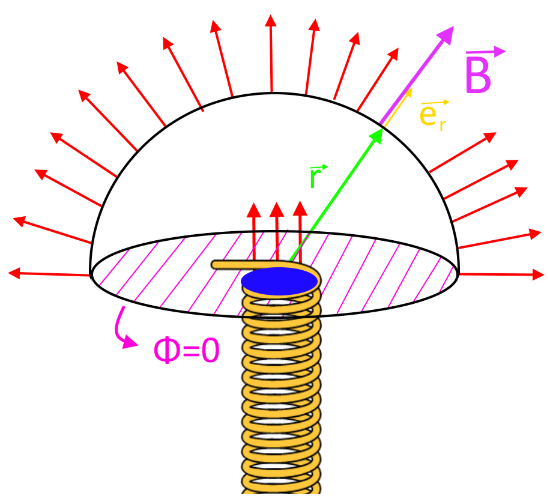
Andreea Goia

December 5, 2022

1 Otto în S-V

$S_{AB} = 0 \Rightarrow Q_{AB} = 0$
$S_{CD} = 0 \Rightarrow Q_{CD} = 0$
$V_B = V_C \Rightarrow S_{BC} = \nu C_v \ln \frac{T_C}{T_B}$
$V_D = V_A \Rightarrow S_{DA} = \nu C_v \ln \frac{T_A}{T_D}$
$S_{BC} = -S_{DA} \Rightarrow \frac{T_C}{T_B} = \frac{T_D}{T_A}$
$Q_c = \nu C_v (T_A - T_D)$
$Q_p = \nu C_v (T_C - T_B)$
$\eta = 1 + \frac{Q_c}{Q_p} = \frac{\nu C_v (T_C - T_B) + \nu C_v (T_A - T_D)}{\nu C_v (T_C - T_B)} = \frac{T_C(1 - \frac{T_B}{T_C}) - T_D(1 - \frac{T_A}{T_D})}{T_C(1 - \frac{T_B}{T_C})}$
$\Rightarrow \eta = \frac{T_C - T_D}{T_C} = \frac{500 - 200}{500} = \frac{6}{10} = 60\%$

2 Solenoid semi-infinit



Câmpul magentic la capătul unui solenoid semi-infinit este $\frac{\mu_0 n I}{2}$. Această relație se poate justifica prin superpoziția a două solenoide semi-infinte, fiecare trebuie să aibă aceeași valoare pentru câmpul magnetic la capăt, iar suma lor să fie $\mu_0 n I$ de unde rezultă valoarea câmpului magnetic la capătul unui solenoid semi-infinit $\frac{\mu_0 n I}{2}$.

Fluxul magnetic printr-o suprafață închisă este 0.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

$\Rightarrow \frac{\mu_0 n I}{2} \cdot \frac{\pi D^2}{4} = \frac{k}{r^2} \cdot 2\pi r^2 \Rightarrow k = \frac{\mu_0 n I D^2}{16} = 39.2 m^2 \cdot nT$

3 Rețea electrică N-dimensională

Pentru 2 dimensiuni putem scrie relația
$R \cdot (\frac{I}{4} + \frac{I}{4}) = R_{ech} \cdot I \Rightarrow R \cdot \frac{I}{2} = R_{ech} \cdot I \Rightarrow R_{ech} = \frac{R}{2}$
Pentru 3 dimensiuni putem scrie relația
$R \cdot (\frac{I}{6} + \frac{I}{6}) = R_{ech} \cdot I \Rightarrow R \cdot \frac{I}{3} = R_{ech} \cdot I \Rightarrow R_{ech} = \frac{R}{3}$
Prin inducție putem deduce relația pentru N dimensiuni
$R_{ech} = \frac{R}{N}$
pentru $N = 100 \Rightarrow R_{ech} = \frac{R}{100} = \frac{1000}{100}\Omega = 10\Omega$

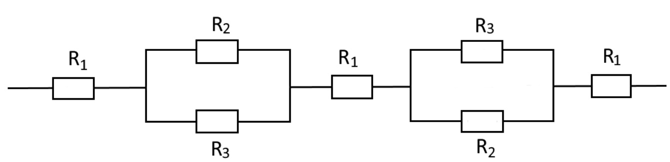
4 Imagine în mișcare

Sistemul oglindă concavă + apă (oglindă concavă cu convergența $C_O = -\frac{2}{R}$ și lentilă plan-convexă din apă cu convergența $C_L = \frac{n-1}{R}$) este echivalent cu o oglindă cu convergența $C'_O = C_O - 2C_L$.

Formula oglinzii $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = C'_O$
$\Rightarrow x_2 = \frac{1}{C'_O - \frac{1}{x_1}}$
Condiția pentru ca viteza imaginii față de sistem să fie egală cu viteza porumbelului: $v_1 = -v_2$
Derivăm relația $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = C'_O \Rightarrow -v_2 \cdot \frac{1}{x_2^2} = v_1 \cdot \frac{1}{x_1^2}$
$\Rightarrow v_2 = -\frac{x_2^2}{x_1^2} \cdot v_1 = -v_1 \Rightarrow x_1 = x_2$ Înlocuim x_2 în ultima relația și obținem:
$\frac{1}{C'_O - \frac{1}{x_1}} = x_1 \Rightarrow x_1 \cdot C'_O - 1 = 1 \Rightarrow x_1 = \frac{2}{C'_O} = \frac{2}{-\frac{2}{0.12} - \frac{\frac{4}{3}-1}{0.12}} = -0.09m$
Distanța la care trebuie să se afle porumbelul este 9cm.

5 Corpuri alipite

Se observă echivalența dintre legea transferului de căldură și legea lui Ohm:
$\frac{\Delta Q}{\Delta t}$ echivalent cu I
ΔT echivalent cu U
$\frac{1}{k} \cdot \frac{\Delta x}{S}$ echivalent cu R
Astfel putem calcula rezistența echivalentă a grupării corpurilor.

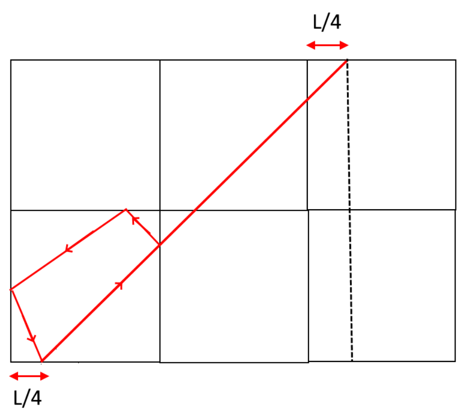


$R_e = 3R_1 + 2 \cdot \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$
unde $R_1 = \frac{1}{k_1} \cdot \frac{l}{S}$, $R_2 = \frac{1}{k_2} \cdot \frac{l}{S/2}$, $R_3 = \frac{1}{k_3} \cdot \frac{l}{S/2}$, $R_e = \frac{1}{k_e} \cdot \frac{5l}{S}$
$\Rightarrow \frac{3l}{k_1 S} + \frac{4l}{(k_2+k_3)S} = \frac{5l}{k_e S} \Rightarrow \frac{5}{k_e} = \frac{3}{k_1} + \frac{4}{k_2+k_3} \Rightarrow k_e = \frac{5k_1(k_2+k_3)}{3(k_2+k_3)+4k_1} = 0.47W/mK$

6 Oscilație cosmică

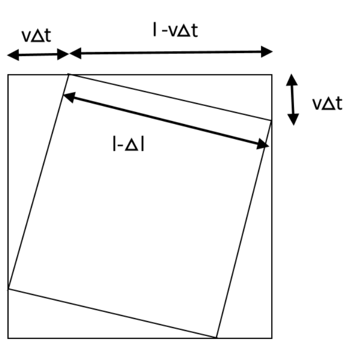
La echilibru $\frac{mv_0^2}{R} = \frac{GMm}{R^2} \Rightarrow v_0^2 = \frac{GM}{R}$
Momentul cinetic se conservă $L = mv_0R = mr^2\omega \Rightarrow \omega = \frac{v_0R}{r^2}$, unde r=R+x, $x << R$
Principiul 2 Newton: $m(a_r - \omega^2 r) = -\frac{GMm}{r^2}$
$a_r = \ddot{r}$
$r = R + x \Rightarrow \ddot{r} = \ddot{x}$
$\ddot{x} - \frac{v_0^2R^2}{r^4} \cdot r + \frac{GM}{r^2} = 0$
$\ddot{x} - \frac{v_0^2R^2}{R^3(1+\frac{x}{R})^3} + \frac{GM}{R^2(1+\frac{x}{R})^2} = 0$
Aplicând aproximația $(1+x)^n \approx 1 + nx \Rightarrow$
$\ddot{x} - \frac{GMR}{R^3} \cdot (1 - \frac{3x}{R}) + \frac{GM}{R^2} \cdot (1 - \frac{2x}{R}) = 0 \Rightarrow \ddot{x} + \frac{GM}{R^3} \cdot x = 0$
$\Rightarrow \omega^2 = \frac{GM}{R^3} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}} = 2\pi\sqrt{\frac{R_p^3 \cdot 2.5^3}{g}} = 20060s = 5.57h$

7 I have seen this place before



Din figură se observă $\tan\alpha = \frac{2L}{\frac{3L}{4} + L + \frac{L}{4}} = 1 \Rightarrow \alpha = 45°$

8 Pătrat vicios



$(l - \Delta l)^2 = (l - v \cdot \Delta t)^2 + (v\Delta t)^2$

$l^2 + (\Delta l)^2 - 2l\Delta l = l^2 + (v\Delta t)^2 - 2lv\Delta t + (v\Delta t)^2$
$(\Delta l)^2 << 0$
$(v\Delta t)^2 << 0$
$\Rightarrow 2l\Delta l = 2lv\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{l}{v_0} = 2.5s$

9 Ceas cu probleme

Legea dilatării termice liniare: $l = l_0 \cdot (1 + \alpha(t - t_0))$, unde α este coeficientul de dilatare termică, și t_0 este temperatura pentru care obiectul are lungimea l_0.
Să presupunem l_0 ca fiind lungimea pentru care perioada pendului este de 1s.
$\Rightarrow l_{vară} = l_0 \cdot (1 + \alpha(t_{vară} - t_0))$
$\Rightarrow l_{iarnă} = l_0 \cdot (1 + \alpha(t_{iarnă} - t_0))$
Duratele zilelor de vară și iarnă:
$t_{vară} = 15.5^h = 55.800^s$
$t_{iarnă} = 8.8^h = 31.680^s$
Duratele zilelor de vară și iarnă indicate de ceas:
$t'_{vară} = 20^h 11^m 3^s - 4^h 41^m 10^s = 15^h 29^m 53^s = 55.793^s$
$t'_{iarnă} = 16^h 46^m 22^s - 7^h 58^m 15^s = 8^h 48^m 7^s = 31.687^s$
$\Rightarrow$ în 55.800^s (secunde reale) pendulul va efectua 55.793 oscilații
$\Rightarrow 55.800^s = 55.793 \cdot T_{vară}$
și
$\Rightarrow$ în 31.680^s (secunde reale) pendulul va efectua 31.687 oscilații
$\Rightarrow 31.680^s = 31.687 \cdot T_{iarnă}$
unde
$T_{vară} = 2\pi\sqrt{\frac{l_{vară}}{g}} = T_0\sqrt{1 + \alpha(t_{vară} - t_0)}$
$T_{iarnă} = 2\pi\sqrt{\frac{l_{iarnă}}{g}} = T_0\sqrt{1 + \alpha(t_{iarnă} - t_0)}$
cu $T_0 = 1^s$
$\Rightarrow 55.800 = 55.793 \cdot \sqrt{1 + \alpha(t_{vară} - t_0)} \Rightarrow 1 + \alpha(t_{vară} - t_0) = (\frac{55.800}{55.793})^2$
$\Rightarrow 31.680 = 31.687 \cdot \sqrt{1 + \alpha(t_{iarnă} - t_0)} \Rightarrow 1 + \alpha(t_{iarnă} - t_0) = (\frac{31.680}{31.687})^2$

Prin scăderea celor două relații $\Rightarrow \alpha(t_{vară} - t_{iarnă}) = (\frac{55.800}{55.793})^2 - (\frac{31.680}{31.687})^2$

Deci $\alpha = \frac{1}{60} \cdot ((\frac{55.800}{55.793})^2 - (\frac{31.680}{31.687})^2) = 11.545 \cdot 10^{-6} K^{-1} \approx 11.5 \cdot (MK)^{-1}$

10 Hexagon

Deoarece distanța dintre sarcină și plan este mică putem aproxima placa hexagonală ca un plan infinit cu $\sigma = \frac{q}{6l^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}}$
Câmpul electric dat de un plan infinit este $E = \frac{\sigma}{2 \cdot \epsilon_0}$
Forța de interacțiune plan-sarcină este $F = q \cdot E$
$\Rightarrow F = q \cdot \frac{\frac{q}{6l^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}}}{2 \cdot \epsilon_0} = \frac{q^2}{3\sqrt{3}\epsilon_0 \cdot l^2} = 0.543N \approx 0.5N$