Stabilitatea gravitaţională a pulsarilor

Pulsarii sunt "rămăşiţe" ale unor stele aflate în stadiul final al evoluţiei, au densităţi enorme şi se rotesc rapid în jurul propriei axe. Rotaţia generează forţe centrifuge de inerţie ce tind să-i dezintegreze. Materia pulsarilor este formată în cea mai mare parte din *neutroni* (particule cu masa aproximativă $m_\mathrm{n} = 1.67 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$, neutre electric). Din acest motiv, pulsarii sunt numiţi şi *stele neutronice*.

La distanţa de aproximativ 18×10^3 ani lumină astronomii au descoperit în constelaţia "Săgetătorul" pulsarul numit "PSR J1748-2446ad". Acesta are frecvenţa de rotaţie apropiată de $716\,\mathrm{Hz}$ şi o masă estimată de aproximativ 1.5 ori mai mare decât cea a Soarelui ($M_\mathrm{S} \cong 2 \times 10^{30}\,\mathrm{kg}$).

Presupuneţi că forţa gravitaţională este singura forţă care împiedică forţele centrifuge de inerţie să dezintegreze pulsarul.

(**a**) Estimaţi raza maximă R_max pe care o poate avea pulsarul. (valoarea constantei gravitaţionale este $G \cong 6.67 \times 10^{-11}\,\mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{kg}^{-1} \cdot \mathrm{s}^{-2}$);

(**b**) Dacă pulsarul are raza maximă R_max, estimaţi masa unui centimetru cub din materia pulsarului;

(**c**) Presupuneţi că pulsarul are raza maximă R_max şi consideraţi că neutronii sunt particule sferice cu raza r_n, impenetrabile, care nu interacţionează între ele. Estimaţi diametrul unui neutron.

Petrică CRISTEA
Facultatea de Fizică - Universitatea din Bucureşti

SOLUŢIE şi BAREM

1p din oficiu

(**a**) Un pulsar cu masa M şi raza R se dezintegrează dacă particulele componente cu masa m_p de la suprafaţa sa sunt acţionate de o forţă centrifugă de inerţie $F_c = m_p\omega^2 R$ cu modulul mai mare decât al forţei de greutate $F_g = Gm_pM/R^2$:

$$m_p\omega^2 R > G\frac{m_pM}{R^2}.$$ **3p** (1)

unde ω este viteza unghiulară de rotaţie. Pulsarul cu masa $M = (3/2)M_S$ este stabil la limită dacă raza sa nu depăşeşte *valoarea maximă* $R_{\max}$ pentru care inegalitatea (1) devine egalitate:

$$\boxed{R_{\max} = \left(\frac{3G}{8\pi^2}\frac{M_S}{\nu^2}\right)^{1/3} \cong 21.4\text{km}}. \qquad (2)$$

relaţia corectă pentru $R_{\max}$: **0.5p**
valoarea corectă pentru $R_{\max}$: **0.4p**
precizarea unităţii de măsură: **0.1p**

(**b**) *Densitatea minimă* a pulsarului stabil este independentă de masa sa:

$$\rho_{\min} = \frac{9M_s}{8\pi R_{\max}^3} = \frac{3\pi\nu^2}{G} = \frac{3\pi\times 716^2}{6.67}10^{11} \cong 7.24\times 10^{16}\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}. \qquad (3)$$

expresia corectă: **1p**
valoarea corectă pentru $\rho_{\min}$: **0.4p**
precizarea unităţii de măsură: **0.1p**

Masa unui centimetru cub de pulsar este:

$$\boxed{m_{\text{cm}^3} = \rho_{\min}\times 10^{-6} \cong 7.24\times 10^{10}\text{kg}}. \qquad (4)$$

- expresia corectă şi valoarea corectă: (0.3p+0.1p) **0.4p**
- precizarea unităţii de măsură: **0.1p**

(**c**) Numărul neutronilor N_{cm^3} dintr-un centimetru cub este:

$$N_{\mathrm{cm}^3} = \frac{m_{\mathrm{cm}^3}}{m_{\mathrm{n}}} = 4.3\times10^{37} \ . \qquad (5)$$

expresia corectă: **0.9p**
valoarea corectă: **0.1p**

Numărul N_{cm} al neutronilor de pe o latură a cubului cu volumul 1cm³ este aproximativ:

$$N_{\mathrm{cm}} \cong \left(N_{\mathrm{cm}^3}\right)^{1/3} = 7.5\times10^{12} \, . \qquad (5)$$

expresia corectă : **0.9p**
valoarea corectă: **0.1p**

Prin urmare, dimensiunea medie a diametrului neutronilor este

$$\boxed{d \cong \left(\frac{1}{N_{\mathrm{cm}}}\right)\cdot \mathrm{cm} = 1.3\times10^{-13}\mathrm{cm}} \qquad (6)$$

expresia corectă : **0.8p**
valoarea corectă: **0.1p**
precizarea unităţii de măsură: **0.1p**