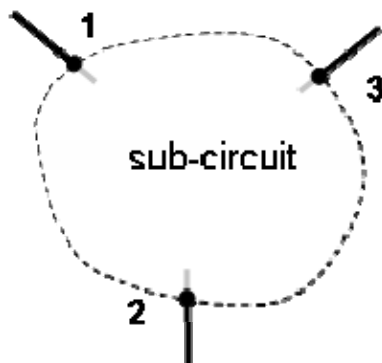


Într-un circuit electric de curent continuu cu multe ochiuri și noduri se delimitează un sub-circuit care este legat de restul circuitului prin 3 fire, ca în figură



a) Având la dispoziție un multimetru care poate fi folosit ca ampermetru sau voltmetru (în ambele cazuri acesta putând fi considerat ideal), găsiți o metodă prin care să determinați puterea electrică ce caracterizează schimbul de energie între subcircuit și restul circuitului.

b) Cum putem decide dacă subcircuitul consumă energie electrică de la restul circuitului sau el generează energie electrică pentru restul circuitului.

c) Găsiți expresia puterii electrice generate de sub-circuit pentru cazul general în care există  $N$  fire de legătură cu restul circuitului iar voltmetrul funcționează obligatoriu cu o bornă legată la un nod de referință ce aparține restului circuitului.

d) Demonstrați că formula pe care ați găsit-o la punctul precedent rămâne valabilă la schimbarea nodului de referință.

Barem de punctare

1 punct din oficiu

a) 2 puncte

b) 2 puncte

c) 3 puncte

d) 2 puncte

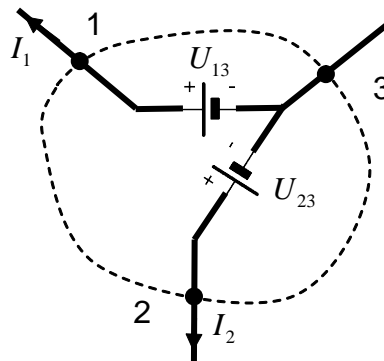
Total 10 puncte

## Rezolvare

a) 2 puncte

Puterea schimbată cu restul circuitului este determinată doar de următoarele mărimi:  $U_{13}$  (tensiunea bornei 1 față de borna 3),  $U_{23}$  (tensiunea bornei 2 față de borna 3), curenții  $I_1$  și  $I_2$  (considerați ca ieșind din subcircuit). Curentul pe firul 3 nu este independent, el fiind legat de  $I_1$  și  $I_2$  prin legea curenților și, de asemenea, tensiunea între bornele 1 și 2 este determinată univoc de tensunile  $U_{13}$  și  $U_{23}$ .

Putem construi un circuit echivalent ca în Fig. 2 cu două generatoare care au la borne tensiunile  $U_{13}$  și  $U_{23}$ .



Puterea **generată** de subcircuit și transferată restului circuitului este  $P_{gen} = I_1 U_{13} + I_2 U_{23}$ . Sunt necesare doar două măsurări de tensiuni și două măsurări de intensități. Numerotarea nodurilor este arbitrară dar la măsurări trebuie luate în considerare polaritățile tensiunilor și sensurile curenților, așa cum au fost ele alese ca referințe în figură..

b) 2 puncte

Dacă valoarea expresiei  $I_1 U_{13} + I_2 U_{23}$  rezultă pozitivă, atunci subcircuitul chiar generează energie, dacă valoarea expresiei este negativă atunci subcircuitul primește energie (este consumator).

c) 3 puncte

Cum tensiunile celor  $N$  noduri sunt măsurate în raport cu un același nod putem considera că acel nod are potențialul zero (referința de potențial) iar tensiunile măsurate sunt potențialele  $V_k$  ale nodurilor. Ținând seama că energia unei sarcini  $q$  aflată într-un punct în care potențialul electric este  $V$  are expresia  $q \cdot V$ , și făcând bilanțul energetic la cele  $N$  noduri la care subcircuitul schimbă sarcină cu restul circuitului, obținem 
$$P_{gen} = \sum_{\substack{\text{curentii} \\ \text{care ies}}} V_k I_k - \sum_{\substack{\text{curentii} \\ \text{care intra}}} V_k I_k$$

unde cei  $N$  curenți au fost împărțiți în două grupe, după sensurile lor, toate intensitățile fiind considerate pozitive.

Dacă facem convenția ca intensitățile curenților care ies să fie pozitive iar intensitățile curenților care intră să fie negative, obținem

$$P_{gen} = \sum_{k=1}^N V_k I_k ,$$

acum intensitățile din formulă avînd semne algebrice conform convenției.

d) 2 puncte

Prin modificarea nodului de referință, la toate potențialele se adaugă aceeași cantitate  $\Delta V$  (pozitivă sau negativă) și aplicarea formulei precedente conduce la

$$P_{gen} = \sum_{k=1}^N (V_k + \Delta V) I_k = \sum_{k=1}^N V_k I_k + \Delta V \cdot \sum_{k=1}^N I_k .$$

Dar, din legea curenților,  $\sum_{k=1}^N I_k = 0$  și termenul al doilea e nul. În consecință relația

$P_{gen} = \sum_{k=1}^N V_k I_k$  este valabilă pentru orice alegere a referinței de potențial.