

Subiecte Be a Feynman

December 10, 2022

Autor: Octavian IANC

1 Codul binar

În majoritatea computerelor moderne, cifrele sunt reprezentate în baza 2 (sistemul binar). De exemplu, $2_{10} = 10_2$, sau $19161_{10} = 100101011011001_2$. În acest format, numerele pot fi transmise ușor folosind impulsuri electrice. Astfel, transmițătorul poate fi modelat ca o sursă ideală ce are la borne $U_{ON} = 5V$ timp de $1ms$ pentru transmiterea unui bit cu valoarea 1 și $U_{OFF} = 0$, tot timp de $1ms$ pentru transmiterea unui bit cu valoarea 0. Receptorul poate fi modelat ca un rezistor cu $R = 1000\Omega$. Se dorește transmiterea numărului 5418561783 reprezentat în sistemul de numerație binar.

Care este energia totală consumată?

Exprimați rezultatul în mJ, cu precizie de 1%.

2 Cubul de gheață

Un cub de gheață la 0 grade cu masa $50g$ este deplasat cu viteză constantă $v = 0.5m/s$ pe o suprafață de metal menținută la temperatura de -15 grade Celsius. Coeficientul de frecare este de 0.9, iar forța de apăsare a cubului pe suprafață este $20N$. Cubul cedează suprafeței metalice un flux termic constant de $1.5W$. Neglijați orice alt transfer de căldură. Se cunoaște $\lambda_{gheata} = 334kJ/kg$.

Ce distanță va parcurge cubul până la topirea completă?

Exprimați rezultatul în unități SI, cu precizie de 1%.

3 Dacul de zece metri

Prin plămâni unui om normal ($h = 1.75m$) trec aproximativ $11000l$ de aer pe zi. Se știe că traheea umană are diametrul de aproximativ $1.5cm$. Se consideră un ipotetic uriaș dac cu înălțimea de 10 metri. Presupunem că dacul este o reproducere la scară a omului normal și că cei doi au aceeași frecvență respiratorie.

Care este viteza medie a aerului prin traheea uriașului dac?
Exprimați rezultatul în unități SI, cu precizie de 1%.

4 Omul beat

Un om beat pleacă de la bar. În fiecare secundă el face un pas fie la dreapta, fie la stânga, cu probabilități egale. La 500m spre dreapta se află casa lui. La 300m spre stânga se află secția de poliție.

Care este probabilitatea ca omul să ajungă acasă?
Exprimați rezultatul ca un număr între 0 și 1, cu precizie de 1%.

5 Entropia alfabetului

Chiar dacă, în mod tradițional, entropia este o mărime a termodinamicii, ea poate fi transpusă și în domeniul informației, reprezentând cantitatea de "incertitudine"/"surpriză" dintr-un proces, așa cum Claude Shannon demonstra în faimosul său articol din 1948, "A Mathematical Theory of Communication".

Formula pe care el o propune pentru entropia unui astfel de sistem este:

$$H = - \sum p(x_i) \log_2(p(x_i))$$

unde x_i reprezintă un rezultat posibil al procesului, iar $p(x_i)$, probabilitatea ca acesta să aibă loc. Astfel, poate fi măsurată entropia unui text, considerând procesul de selectare a unei litere aleatorii din acesta, iar ca rezultat fiecare literă distinctă care apare în componența sa.

Se dă următorul text din lucrarea "Thus Spoke Zarathustra" a lui Nietzsche. Neglijați semnele de punctuație, spațiile sau diferența dintre literele mari/mici.

1. When I came unto men for the first time, then did I commit the anchorite folly, the great folly: I appeared on the market-place.

And when I spake unto all, I spake unto none. In the evening, however, rope-dancers were my companions, and corpses; and I myself almost a corpse.

With the new morning, however, there came unto me a new truth: then did I learn to say: "Of what account to me are market-place and populace and populace-noise and long populace-ears!"

Ye higher men, learn THIS from me: On the market-place no one believeth in higher men. But if ye will speak there, very well! The populace, however, blinketh: "We are all equal."

"Ye higher men,"—so blinketh the populace—"there are no higher men, we are all equal; man is man, before God—we are all equal!"

Before God!—Now, however, this God hath died. Before the populace, however, we will not be equal. Ye higher men, away from the market-place!

2. Before God!—Now however this God hath died! Ye higher men, this God was your greatest danger.

Only since he lay in the grave have ye again arisen. Now only cometh the great noontide, now only doth the higher man become—master!

Have ye understood this word, O my brethren? Ye are frightened: do your hearts turn giddy? Doth the abyss here yawn for you? Doth the hell-hound here yelp at you?

Well! Take heart! ye higher men! Now only travaileth the mountain of the human future. God hath died: now do WE desire—the Superman to live.

Care este entropia acestui text, calculată folosind definiția de mai sus?
Exprimați rezultatul ca un număr, cu precizie de 1%.

6 Convertorul analogic-digital

Convertoarele analogic-digital sunt dispozitive care transformă o tensiune continuă într-un format ce poate fi citit de computer. Acestea au foarte multe aplicații practice, fiind, spre exemplu, prezente în practic toate dispozitivele moderne care au o antenă sau un microfon.

O posibilă implementare a unui astfel de dispozitiv constă într-un convertor digital-analogic (DAC), ce poate produce la borne orice tensiune într-un anumit interval, și un comparator (dispozitiv care compară tensiunea de intrare cu o tensiune de referință, produsă de DAC și ne spune dacă este mai mare, mai mică sau egală (în limita unei toleranțe predefinite) cu aceasta).

Care este numărul minim de comparații necesar pentru a măsura orice tensiune din intervalul $0 - 5V$ cu o toleranță de $10^{-10}V$?
Exprimați rezultatul ca un număr natural, cu precizie de 1%

7 Curent alternativ și continuu

O sursă generează un curent ce are o componentă continuă și una alternativă. Aceasta este conectată la un rezistor cu $R = 100\Omega$. Se cunoaște că intensitatea maximă a curentului prin circuit este de $100mA$ iar cea minimă este de $30mA$.

Care este puterea medie debitată pe rezistor?
Exprimați rezultatul în unități SI, cu precizie de 1%

8 Bateria pe gaz

Ne propunem să înmagazinăm energie folosind un tub ce are în interior un gaz ideal biatomic. În acest sens, comprimăm adiabatic gazul de $k = 15$ ori, îl lăsăm să revină la temperatura inițială, apoi extragem energie permițându-i să se relaxeze până la volumul inițial.

Care este eficiența acumulatorului?
Exprimați rezultatul ca un număr între 0 și 1., cu precizie de 1%

9 Șase ouă în șase coșuri

Se consideră un număr foarte mare de ouă distribuite într-un număr N foarte mare de coșuri, notate cu numere $1, 2, \dots, N - 1, N$. În fiecare unitate de timp, fiecare ou poate fi mutat dintr-un coș în altul. Astfel, probabilitatea ca un ou să fie mutat, într-o unitate de timp, din coșul i în coșul j este:

$$P_{i \rightarrow j} = \begin{cases} 1 - \frac{1}{1+i^2} & j = 1 \\ \frac{1}{1+i^2} & j = i + 1 \\ 0 & \text{altfel} \end{cases}$$

După suficienți pași de acest fel, sistemul atinge o stare stabilă, de echilibru (numărul de ouă din fiecare coș nu se modifică după o tranziție).

Care este fracția din numărul total de ouă care, în starea de echilibru, se găsește în primul coș?

Exprimați rezultatul ca un număr între 0 și 1, cu precizie de 1%

10 Cutremur

Încă de când era mic copil, Marcel își ține cărămida preferată pe mijlocul mesei din sufragerie. Masa are forma unui pătrat cu latura de $2m$, iar cărămida lui Marcel este un cub cu latura $10cm$ și masa de $2.5kg$. Marcel își pune intens problema integrității cărămizii în cazul unui cutremur puternic. El modelează cutremurul ca o accelerație a clădirii (împreună cu masa) cu $10m/s^2$ pe direcția unei laturi a mesei, cu o durată de $1s$.

Care este valoarea minimă a coeficientului de frecare pentru care cărămida nu cade de pe masă?

Exprimați rezultatul ca un număr, cu precizie de 1%

Autor: Andrei MARIN

11 Transformare liniară

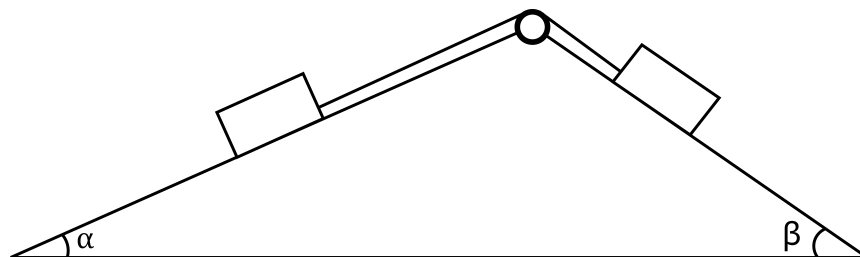
Un gaz ideal de exponent adiabatic $\gamma = 1,4$ parcurge o transformare liniară între stările A ($V_A = 10 \text{ m}^3, p_A = 11000 \text{ Pa}$) și B ($V_B = 110 \text{ m}^3, p_B = 1000 \text{ Pa}$). Calculați raportul dintre căldura totală schimbată de gaz pe parcursul transformării și căldura totală primită de gaz pe parcursul transformării, cu trei zecimale.

12 Perturbație a câmpului gravitațional

Un cercetător dorește să măsoare perturbația câmpului gravitațional în preajma unui minereu de galenă. Acesta dispune de un pendul cu lungime $l = 25 \text{ cm}$ și un cronometru cu senzor care afișează perioada pendulului cu trei zecimale. Accelerația gravitațională obișnuită este $g_0 = 9,81 \text{ m/s}^2$. Se consideră erorile de măsură și erorile statistice neglijabile, adică rezultatul afișat de aparat este valoarea reală a perioadei. Se va lucra în aproximația micilor oscilații. Calculați diviziunea minimă a instrumentului rezultat în m/s^2 (intervalul dintre două valori succesive care pot fi măsurate). Se știe că în cazul unei funcții de o singură variabilă $y = y(x)$ se poate scrie următoarea relație între variații mici (cum sunt diviziunile unui instrument): $\delta y = |f'(x)|\delta x$.

13 Alunecare pe plan înclinat

Două corpuri având aceeași greutate sunt așezate pe două plane înclinate lipite. Planele au aceeași înălțime și formează cu orizontala unghiuri diferite, necunoscute. Cele două corpuri sunt legate cu un fir trecut peste vârful comun al celor două plane. Coeficientul de frecare dintre corpuri și plane este $\mu = 0,3$, același pentru ambele plane. Știind că cele două corpuri sunt la limita alunecării, care este diferența dintre unghiurile de înclinare ale celor două plane (în grade, cu trei zecimale)?



14 Sistem optic

O lentilă biconcavă este așezată astfel încât unul dintre focarele sale să coincidă cu polul (vârful) unei oglinzi concave. Sistemul, așezat în aer, formează imagini reale pentru orice obiect așezat în fața lentilei (care are lentila și oglinda de aceeași parte). Știind că razele de curbură ale oglinzii și ale lentilei sunt egale, aflați indicele de refracție al materialului din care este confecționată lentila.

15 Lespedea de aur de 1700 de tone a)

Într-o galerie de la Roșia Montană s-a găsit o lespede de aur de 1700 de tone. Manevrarea acesteia implică însă unele dificultăți. Se dorește ridicarea lepezii folosind un cablu cilindric de oțel de diametru $D = 10$ cm, cu un modul de elasticitate Young $E = 2 \cdot 10^{11}$ N/m². Lungimea nedeformată a cablului este $L = 80$ m. Densitatea oțelului este $\rho_o = 7850$ kg/m³. Calculați alungirea (în metri) a cablului sub acțiunea propriei greutate, în regimul de aplicare a legii lui Hooke.

16 Lespedea de aur de 1700 de tone b)

Calculați alungirea relativă în procente a cablului sub acțiunea lepezii. Deoarece forța exercitată asupra cablului depășește domeniul de elasticitate liniară, considerați următoarea formulă pentru calculul forței în locul legii lui Hooke: $F = ES \frac{\Delta L}{L + \Delta L}$. Aici S este secțiunea transversală inițială a cablului, iar ΔL este alungirea. Neglijăți alungirea cablului sub acțiunea propriei greutate.

17 Efect Doppler

O planetă orbitează în jurul unei stele de masă $M = 2 \cdot 10^{30}$ kg. Direcția Pământ-Stea coincide cu semiaxa mare a orbitei planetei. Lungimea acesteia este $a = 150 \cdot 10^6$ km. Excentricitatea orbitei

este $e = 0,2$. De pe planetă se emite un puls cu lungimea de undă $\lambda_0 = 700$ nm. Care este lungimea de undă maximă recepționată pe Pământ (în nanometri, cu trei zecimale)? Se cunosc: constanta atracției universale $K = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$, viteza luminii $c = 3 \cdot 10^8$ m/s. Se știe că poziția planetei pe distanța de la focarul elipsei la planetă este dată de formula $r(\theta) = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos \theta}$. Cazul $\theta = 0$ corespunde apropierii minime dintre stea și planetă. Se știe că energia totală a sistemului stea-planetă este $E = -\frac{KMm}{2a}$, unde m este masa planetei. Se știe relația dintre variația lungimii de undă a unei electromagnetice și viteza relativă a sursei de-a lungul direcției de observare, conform efectului Doppler clasic: $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c}$.

18 Ciocniri și căldură

Dorel dorește să-și construiască un accelerator de particule. Cum nu are posibilitatea de a lucra cu particule la scară atomică și subatomică, el folosește biluțe de plumb de rază $R = 1$ cm și densitate $\rho = 11300 \text{ kg/m}^3$. Acceleratorul constă din două lansatoare aflate la distanța $D = 20$ m, care imprimă celor două bile viteza inițială v_0 , orientată la unghiul α față de orizontală. Bilele se ciocnesc în punctul în care viteza lor este orientată orizontal. Cunoscând căldura specifică a plumbului $c = 125 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ și căldura sa latentă de solidificare $\lambda = 25 \text{ kJ/kg}$, calculați la ce unghi (în grade, cu trei zecimale) trebuie orientată viteza astfel încât căldura degajată în urma ciocnirii bilelor să le topească în întregime. Temperatura inițială a bilelor este $t_0 = 25^\circ\text{C}$, iar plumbul se topește la $t = 327,3^\circ\text{C}$.

19 Încălzirea acvariului

Apa dintr-un acvariu este menținută la un nivel constant cu ajutorul unui sistem de două încălzitoare de putere maximă $P = 200$ W. Acvariul este alimentat cu apă rece la temperatura $t_r = 10^\circ\text{C}$, astfel încât aceasta să compenseze căldura introdusă de încălzitoare, iar temperatura de echilibru să fie $t = 30^\circ\text{C}$. Se consideră că omogenizarea apei din interiorul acvariului se produce foarte rapid. Prin conectarea ambelor încălzitoare în paralel, debitul cu care apa este recirculată este de $n = 3$ ori mai mare decât dacă am conecta un singur încălzitor. Aflați debitul necesar în cazul legării încălzitoarelor în serie. Se consideră că în ambele cazuri încălzitoarele sunt conectate la aceeași sursă de tensiune.

20 Gaură neagră în sistemul solar

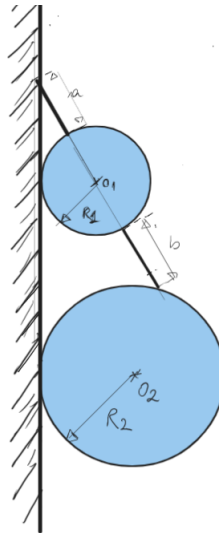
Ce rază (în kilometri) ar trebui să aibă o gaură neagră introdusă pe direcția Soare-Pământ, în dreptul orbitei lui Jupiter, astfel încât Pământul să se afle față de Soare unde se află acum Marte, pe o traiectorie stabilă? Se consideră rotația sincronă a Pământului și a găurii negre. Raza unei găuri negre care nu se rotește în jurul axei proprii (vom considera o astfel de gaură neagră) este dată de formula lui Schwarzschild: $R_S = \frac{2KM}{c^2}$. Se cunosc: constanta atracției universale $K = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$, viteza luminii $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, distanța Soare-Marte $r' = 228 \cdot 10^6$ km, distanța Soare-Jupiter $R = 778 \cdot 10^6$ km. Toate orbitele se consideră circulare. Masa Soarelui este $M_1 = 2 \cdot 10^{30}$ kg. Distanța actuală dintre Soare și Pământ este de $1,5 \cdot 10^6$ km.

Autor: Andrei OPINCĂ

21 Decorațiuni...nerealiste

Pe platoul din fața Facultății de Fizică din Măgurele s-au montat, în spiritul sărbătorilor, decorațiuni de Crăciun ce constau în două globuri, sfere omogene de raze $R_1 = 5\text{cm}$ și $R_2 = 10\text{cm}$, confecționate din același material. Globurile sunt legate unul de altul printr-un fir ușor, subțire și inextensibil, de lungime $b = 15\text{cm}$. Întregul sistem este suspendat de un perete vertical prin intermediul unui alt fir de lungime $a = 5\text{cm}$, cele două fire fiind coliniare. Se cunosc masele celor două globuri, m_1 , respectiv m_2 . Mai jos găsiți o schemă a montajului, așa cum apare în decorațiune.

Care este coeficientul de frecare minim dintre sfere și perete μ_{min} , pentru care sistemul, așa cum a fost descris, este în echilibru? Rezultatul să fie exprimat cu două cifre după virgulă.



22 Coliziuni în câmp gravitațional

a) Două particule punctiforme neutre de mase $m_1 = 1\text{kg}$ și $m_2 = 2\text{kg}$ sunt ținute în vid la distanța $d = 1\text{cm}$ una față de cealaltă, după care li se dă drumul. Calculați timpul după care cele două particule se ciocnesc.

Indicație. Lucrați în sistemul de referință atașat uneia dintre cele două particule. Apoi, împărțiți traiectoria particulei în mișcare relativă în n segmente de traiectorie, n foarte mare, pe care viteza relativă poate fi considerată constantă.

Se cunoaște seria:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{n \sqrt{\frac{n}{i} - 1}} = \frac{\pi}{2}$$

Rezultatul să fie exprimat în secunde, cu două zecimale.

23 Hoțul Lunii

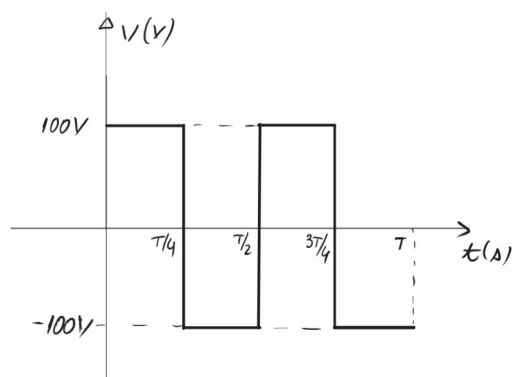
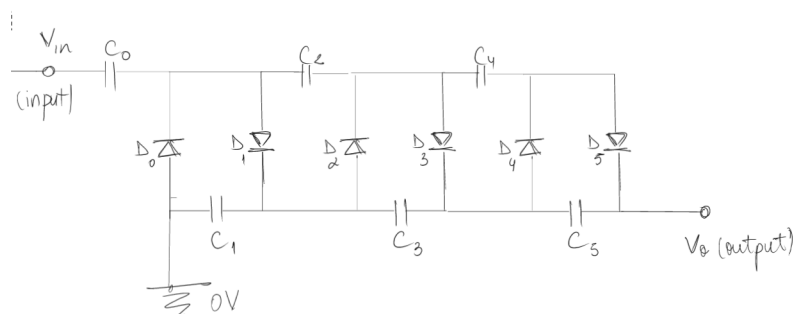
b) Un bandit intergalactic s-a infiltrat în Sistemul Solar pentru a fura sateliții naturali ai planetelor cu scopul de a le mina resursele prețioase pentru Federația Grupului Local. Când a ajuns pe Pământ, însă, reactoarele nucleare pe care le-a detonat pe Lună pentru a-i schimba cursul natural au avut o defecțiune și au indus Lunii o viteză $v = 39252.64m/s$ perfect paralelă cu viteza de revoluție a Pământului în jurul Soarelui. După câți ani pământeni vom primi Luna înapoi, exact în poziția de unde a fost furată? Indicație: țineți cont că atracția gravitațională a Soarelui este mult mai mare decât cea a Pământului. Exprimați rezultatul în ani, cu două zecimale după virgulă.

Masa Soarelui: $1.98 * 10^{30}kg$

Distanța Pământ-Soare $\approx 1.5 * 10^8km = 1AU$ (unitate astronomică)

24 Mi-a crescut tensiunea

Dioda este un element nelinier de circuit, funcționând pe seama unui semiconductor care permite trecerea curentului electric într-un singur sens, atunci când este supusă la o diferență de tensiune minimă de activare. Dacă sensul de aplicare a tensiunii ar crea un curent în sensul diodei, aceasta este "biased" și permite trecerea curentului. Cazul opus se numește "reverse-bias", și dioda este blocată. Diodele au numeroase aplicații în știință și tehnică: transmițătoare radio, convertoarele AC-DC, ce transformă semnalele din curent alternativ în curent direct, în amplificarea acestor semnale, crearea unor circuite ce modelează porți logice etc.



Se consideră circuitul electric din schema de mai sus. Sursa de tensiune de intrare (input) este un puls alternativ cu amplitudinea $V_{max} = 100V$, de tip "square-wave" (digital), ale cărui faze de funcționare sunt redată în schema de mai jos. Tensiunea de activare a diodei este $V_d = 0.7V$ (dioda pe bază de siliciu).

Condensatoarele sunt identice, cu capacitatea $C = 50\mu F$. Diodele sunt elementele reprezentate cu litera D. Sensul de parcurgere al diodelor este dat de vârful triunghiului.

Calculați potențialul (față de pământ) obținut în capătul circuitului (output signal). Rezultatul final va fi în volți, cu două zecimale după virgulă.

Notă tehnică: termodinamică

În studiul gazului ideal, în unele situații este indicată folosirea rezultatului din teoria cineto-moleculară $p = nkT$ (legea gazului ideal), unde p este presiunea gazului, n este densitatea de particule, $k = 1.38 * 10^{-23} JK^{-1}$ este constanta Boltzmann, iar T este temperatura gazului.

Energia cinetică asociată unei particule dintr-un gaz termalizat la temperatura T este $\frac{3kT}{2}$.

25 Transmisie neideală a presiunii și Combustia Hidrogenului

Într-un tub suficient de lung, deschis la unul dintre capete, aflat în atmosferă ($p_0 \approx 101325Pa$) la temperatura $T = 293K$, se găsesc $n_1 = 2mol$ de hidrogen și $n_2 = 1mol$ de oxigen. Amestecul hidrogen-oxigen este închis de un piston perfect mobil, de masă $M = 1kg$, fără frecări de orice tip la înaintare. La un moment dat, se imprimă pistonului brusc viteza $u = 10m/s$, de așa natură încât să comprime amestecul gazos. Se va considera că gazele sunt ideale. Toate procesele termodinamice considerate au loc foarte rapid.

a) Care este diferența de presiune înregistrată între suprafețele pistonului imediat după punerea sa în mișcare? Exprimați rezultatul în Pa. Aveți în vedere nota tehnică și aproximația Bernoulli:

$$(1 + x)^r \approx 1 + rx, x \ll 1$$

26 Combustia Hidrogenului

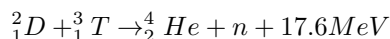
b) Calculați viteza minimă care trebuie imprimată pistonului pentru activarea reacției, care are loc la presiune și volum constante. Exprimați rezultatul în m/s. Se cunoaște că, în cazul combustiei hidrogenului, câștigul energetic are loc pe seama diferenței dintre energiile de legătură ale moleculelor din sistem, înainte și după reacție. Energiile de legătură ale moleculelor și masele lor sunt redată în tabelul de mai jos.

Molecula	Energia de legătură ($kJmol^{-1}$)	Masa moleculei ($kg * 10^{-27}$)
H_2	433,58	3.32
O_2	501,03	26.57
H_2O	958,70	29.89

27 Fuziune controlată prin confinarea electromagnetică a plasmei partea a)

Fuziunea este procesul mediat de interacțiunea tare prin care două sau mai multe nuclee se combină, rezultând nuclee noi și radiație. Pentru nucleele ușoare, acest proces se soldează cu câștig (enorm) de energie, fapt ce a motivat cercetările ultimelor decenii în domeniu.

Ne propunem să analizăm crearea condițiilor de activare a reacției de fuziune nucleară cu ajutorul câmpurilor electromagnetice. "Combustibilul" de fuziune considerat în problema de față este alcătuit din deuteriu 2_1D și tritium 3_1T , doi izotopi ai hidrogenului, care prin fuziune eliberează energie conform reacției:



Pentru ca reacția să fie posibilă, trebuie ca gazul format din deuteriu și tritium să fie cât mai comprimat, iar temperatura să fie cât mai mare, pentru a maximiza șansele de fuziune în virtutea interacțiunii tari. În particular, pentru reacția dată, temperatura de "activare" este considerată $T = 10^8 K$. În aceste condiții, amestecul gazos luat drept combustibil nu poate fi decât o plasmă.

Plasma este o stare a materiei alcătuită din particule ionizate și electronii lor liberi, neutră per ansamblu din punct de vedere electric. Ionii au o masă mult mai mare decât a electronilor lor liberi, împreună alcătuiind un gaz ideal. În situația prezentată, temperatura plasmei (atât a electronilor, cât și a ionilor) este $T = 10^8 K$. Aveți în vedere nota tehnică.

Se consideră un filament lung, cilindric, orizontal de plasmă deuteriu-tritium în proporții egale, considerat omogen, prin care se trece un curent electric. Densitatea de ioni în unitatea de volum este constantă, $n_0 = 10^{21} \text{ particule}/m^3$. Secțiunea transversală a profilului este în această situație $A_0 = 0.0314m^2$.

Se vor neglija orice fel de efecte de margine cauzate de lungimea finită a filamentului de plasmă.

a) Calculați intensitatea curentului electric care trebuie trecut prin plasmă pentru a asigura condițiile de fuziune. Rezultatul să se exprime în kA, cu două zecimale după virgulă.

Indicație: Studiați ce se întâmplă cu electronii ce simt aceeași presiune în filamentul de plasmă.

$$\sum r \Delta r = \frac{r^2}{2}$$

28 Fuziune controlată prin confinarea electromagnetică a plasmei partea b)

b) Se știe că pulsul care provoacă curentul electric de mai sus nu poate dura mai mult de $\tau = 10^{-12} s$.

Numărul de coliziuni ce are loc în unitatea de timp dintr-un element de volum depinde de densitatea numerică a ionilor de deuteriu, respectiv tritium (de acestea două, liniar); de temperatura sistemului; de masa redusă a ionilor ce se ciocnesc; de distanța dintre centrele lor la momentul coliziunii. Constanta de proporționalitate este $\sqrt{8k\pi}$.

Filamentul are lungimea $z = 10m$. Aproximăm ionii drept sfere cu raze $r_D = 2.13fm$ și $r_T = 1.76fm$, iar masele lor sunt $m_D = 3.32 * 10^{-27}kg$ și $m_T = 4.98 * 10^{-27}kg$.

Folosind analiza dimensională, estimați energia (în MeV, cu două zecimale) obținută prin această procedură.

29 Capcana de sarcini punctul a)

Se consideră patru fire foarte subțiri, de lungime infinită, încărcate cu o densitate liniară de sarcină $\lambda = 10^{-2}C/m$. Acestea sunt fixate paralel, în așa fel încât ele delimitează în spațiu un paralelipiped dreptunghic cu baza un pătrat de latură $l = 10cm$. În centrul acestei "cuști" electrostatice s-a plasat o sarcină punctiformă de mărime $Q = -50mC$ și masă $m = 50g$.

Aveți în vedere teorema lui Gauss: fluxul câmpului electrostatic generat de o distribuție oarecare de sarcină printr-o suprafață închisă, este direct proporțional cu sarcina totală din spațiul închis de acea suprafață, constanta de proporționalitate fiind $\frac{1}{\epsilon_0}$.

Potențialul electrostatic asociat unui câmp electric de tipul $E(r) = \frac{a}{r}$, unde a este o constantă, este $V(r) = -aln(\frac{r}{c})$, unde c este o constantă arbitrară (în metri).

a) Cu ce viteză minimă trebuie lansată bila din poziția de echilibru pentru a putea părăsi perimetrul cuștii? Rezultatul se exprimă în m/s cu două zecimale.

30 Capcana de sarcini punctul b)

b) Prin cele patru fire se trece un curent electric de intensitate $I = 10A$. Cu ce viteză trebuie lansată bila din poziția de echilibru pentru a anula câmpurile magnetice din sistemul său propriu de referință? Rezultatul se exprimă în m/s cu două zecimale.

31 Fire de păr

Studiul structurii firului de păr al mamiferelor (de interes specific, cel uman) are aplicații directe în crearea fibrelor sintetice care să reproducă proprietățile sale mecanice.

În cadrul unui studiu asupra rezistențelor la factori mecanici a părului diferitor specii, s-a stabilit probabilitatea de rupere a firului de păr, în funcție de efortul de deformare aplicat.

Trebuie menționat că datele pentru fiecare specie au fost prelevate de pe fire de păr considerate "standard" în proprietăți elastice, dimensionale etc.

Se recomandă folosirea datelor cel mai apropiate de diviziuni indicate în grafice, și după caz, aproximarea lor.

Se cunoaște că probabilitatea de rupere a unui filament este dată de distribuția Weibull:

$$P(V, \sigma) = 1 - e^{-\frac{V}{V_0}(\frac{\sigma}{\sigma_0})^m},$$

unde V este volumul filamentului supus deformării cu efortul σ , iar V_0 și σ_0 sunt volumul și efortul unitar specifice unui filament luat ca referință. $m = m(\sigma)$ este o funcție specifică fiecărui mamifer.

Laurențiu a făcut parte din colectivul de voluntari pe care s-au colectat datele. După câteva reorientări existențiale el se hotărăște să-și crească părul de 5 ori în lungime. Diametrul părului rămâne mereu același, $80\mu m$.

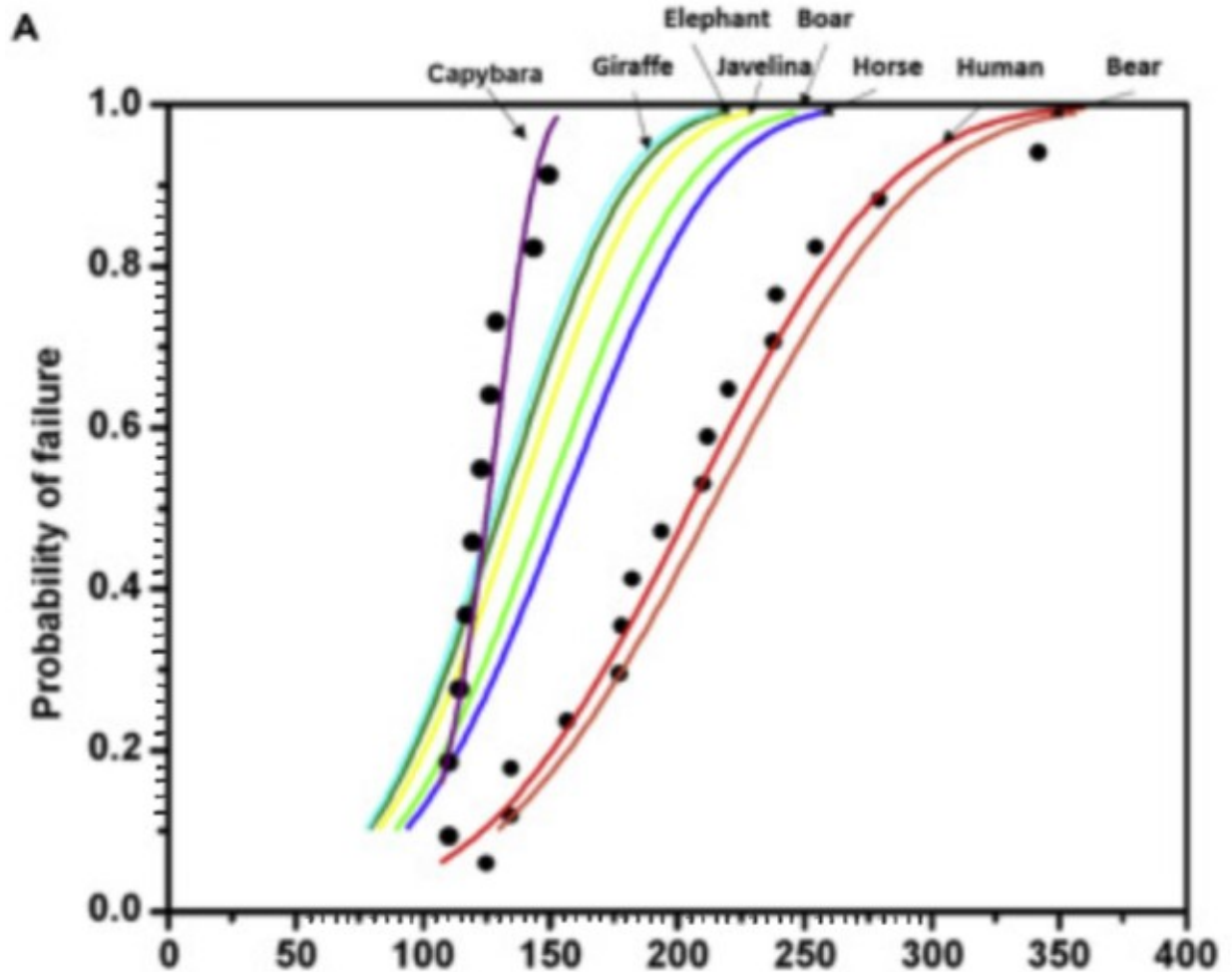
Laurențiu face propriile teste pe părul său, atârând în câmp gravitațional, pentru comparație, același corp de masă $m=87.06g$ de unul din vechile sale fire și de unul din firele sale de păr crescute.

Se cere: probabilitatea ca firul nou să se rupă, supus greutateii corpului de masă m .

Indicație: aflați întâi parametri necunoscuți ai distribuției Weibull.

Exprimați rezultatul în procente, cu două zecimale după virgulă. Se va considera $g = 9.81m/s^2$.

Autor: Alexandru GUȚOIU



32 Sistemul antitanc cu laser

Sa presupunem ca vrem sa realizam un sistem defensiv pe baza de fascicul laser. Pentru ca acesta sa fie eficient, trebuie sa fie capabil sa topeasca o tona de otel in o secunda. Caldura specifica a otelului este $500 \text{ j/Kg} \cdot \text{K}$, caldura latentă $\lambda = 250 \text{ j/g}$, temperatura initiala este $20 \text{ }^\circ\text{C}$ iar temperatura de topire a otelului este $1370 \text{ }^\circ\text{C}$. Care este puterea minima (in GW) ce trebuie sa o aiba acest laser pentru a putea fi folosit ca sistem de aparare, considerand ca energia transmisa de fascicul este absorbita in totalitate de otel si nu pierde energie prin alte efecte?

33 Amortizarea fasciculului laser in aer

Daca un fascicul laser trece printr-un mediu, acesta isi va pierde din energie deoarece fotonii pot sa interactioneze cu moleculele din mediul respectiv. Considerati un fascicul laser monocromatic, cu un profil circular cu diametrul de 2 cm, ce se propaga prin aer de densitate $\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$ si masa molară $\mu = 29 \text{ g/mol}$, iar moleculele din aer sunt approximate ca sfere de raza $r = 0.05 \text{ nm}$. Daca un foton "ciocneste" o molecula, acestia au o probabilitate $p = 10^{-9}\%$ sa interactioneze si sa nu ajunga la tinta. Dupa ce distanta (in m) fasciculul laser isi va pierde jumătate din energie?

34 In mijlocul lacului

Dupa o petrecere in natura, Marian se trezeste in mijlocul unui lac, pe o pluta, fara nicio idee cum a ajuns acolo sau unde se afla, iar cel mai apropiat mal se afla la $L = 50\text{m}$. Pe pluta se mai afla si o piatra de $m=1\text{kg}$. Marian, fiind un baiat relativ inteligent si de o masa de $M=80\text{kg}$ cu tot cu pluta, arunca bolovanul la un unghi de $\theta = 30^\circ$ fata de orizontala cu o viteza de $v = 10 \text{ m/s}$, in directia opusa celui mai apropiat mal. In cat timp va ajunge pe uscat (in s)?

35 Tun cu gaz necunoscut

Un tun este format dintr-un vas de volum $V=1 \text{ L}$ legat la un tub de lungime $l=0.5 \text{ m}$ si sectiune $S=25 \text{ cm}^2$. La momentul initial, in interiorul tubului se afla la echilibru un proiectil de masa $M=100\text{g}$ si sectiune S , asa cum se vede in figura de mai jos (vezi Fig. 1). In vas se afla un gaz necunoscut ce are in compozitie molecule triatomice. Printr-un proces foarte complicat si foarte rapid, toate moleculele din vas sunt "sparte" in atomii componenti. Calculati viteza cu care va iesi proiectilul din tun (in m/s).

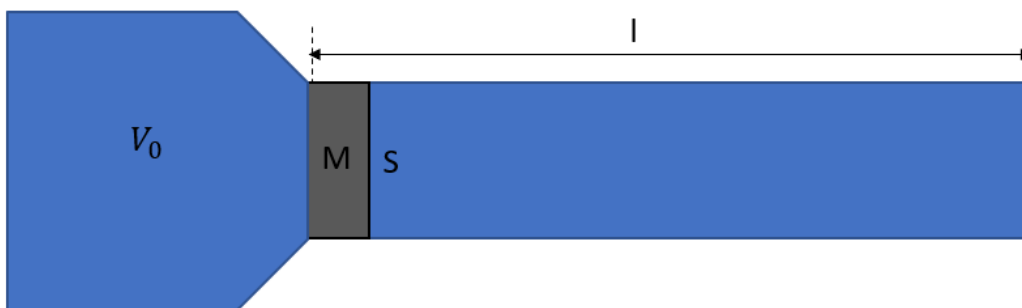


Figure 1: Schema tunului

36 Beta+

Intr-o dezintegrare β^+ , un proton se transforma in un neutron, un pozitron si un neutrino. Intr-un atom de ${}_{63}^{132}\text{Eu}$ se produce o dezintegrare β^+ . Dimensiunea unui nucleu poate fi aproximata ca $R = R_0 A^{\frac{1}{3}}$, unde $R_0 = 1.2$ fm si A este numarul de nucleoni. Aflati energia cinetica minima a pozitronului (in keV) dupa ce acesta paraseste atomul, stiind ca distributia electronilor din atom are simetrie sferica, iar dezintegrarea s-a petrecut la "marginea" nucleului.

37 Dispersie

Este un lucru cunoscut ca indicele de refractie al unui material nu este constant, ci depinde de lungimea de unda a radiatiei incidente. Aceasta dependenta poate fi aproximata cu formula: $n(\lambda) = n_0 + \frac{b}{\lambda^2}$. Pentru a pune in evidenta acest lucru, un fascicul de lumina alba, ce contine toate lungimile de unda intra 400 nm si 750 nm, este incident la centrul unei lentile convergente cu lungimea focala $f=10$ cm. La distanta de 10 cm de lentila se amplaseaza un ecran, iar intre sursa fasciculului si lentila se amplaseaza o prisma cu un unghi drept, ca in figura de mai jos (vezi Fig.2). Dimensiunile prisme sunt $AB=10$ cm, $BC=5$ cm, iar parametrii materialului din care este construita sunt $n_0 = 1.38$ si $b = 11180$ nm². Care este dimensiunea imaginii (in cm) formate pe ecran?

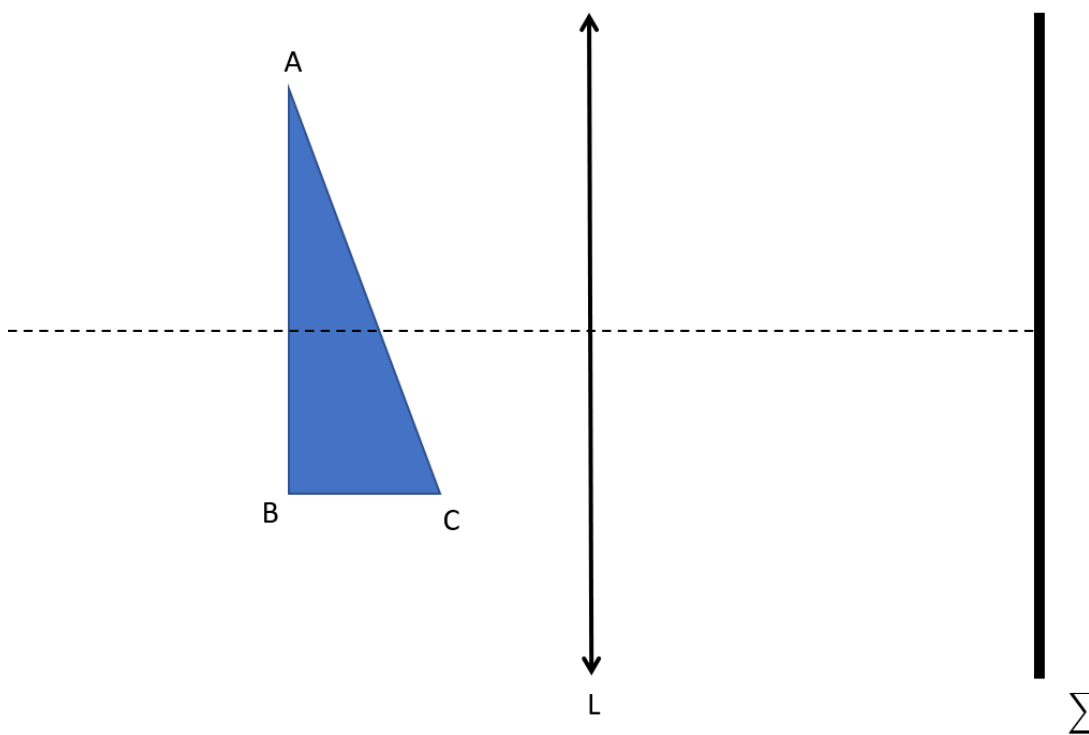


Figure 2: Schema optica

38 Difuzie

Un recipient cu masa de 1 kg in forma de cub cu latura $l=10\text{cm}$ plin cu gaz se afla in cosmos. Una dintre fetele cubului prezinta mai multe gauri de dimensiuni mici, a caror suprafata reprezinta 1% din suprafata totala a acesteia. Stiind la un moment dat viteza medie a moleculelor 250 m/s si densitatea gazului 50 kg/m^3 , aflati acceleratia recipientului la acel moment (in m/s^2). Nota: numarul de particule ce lovesc un perete in unitatea de timp este $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{1}{4}nvA$, unde N este numarul de particule, n densitatea de particule, iar A aria peretelui.

39 Entropia statistica

In fizica statistica, entropia unui sistem se refera la gradul de dezordine. Concret, entropia unei stari este definita ca $S = k_b \ln \Omega$, unde k_b este constanta lui Boltzmann, iar Ω este numarul de microstari. Se considera un sistem format din 100 particule ale celor energii posibile sunt de forma $E_n = n\epsilon$, unde $n \geq 0$ este un numar natural. Care este entropia sistemului, exprimata in k_b , atunci cand energia totala a acestuia este 3ϵ ?

Autor: Diana CATANA

Notă rezolvare: Rezultatele se vor introduce cu 2 zecimale

40 Șurub Acustic - Model A

Folosind ca inspirație pentru această problemă patentul din 2021 a cercetătorilor de la Universitatea Malmo, a unui șurub care acționează analog unui izolator fonic clasic, vom analiza câțiva parametri ai acestui șurub in câteva modele ipotetice si simpliste.

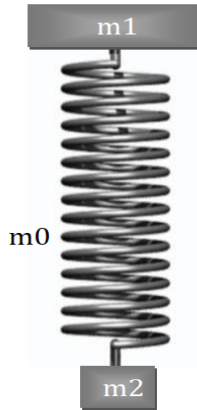
Părțile componente ale șurubul formează un cuplaj mecanic care amortizează vibrațiile ce îl traversează prin secțiunea sagitală. Datorită dimensiunilor mici și proprietăților de izolator fonic, un astfel de șurub ar salva spațiu când este utilizat in construcții.

A. Modelăm șurubul ca un sistem format din 2 corpuri de masă $m_1=3\text{g}$ și $m_2=5\text{g}$ legate printr – un resort elastic de constantă elastică $k=0.7\text{ N/m}$, cu masa $m_0=1\text{g}$. Este nevoie să studiem cuplajul mecanic și pentru aceasta trebuie să găsim frecvența oscilațiilor proprii ale acestui sistem (pentru cel puțin unul dintre modurile de oscilație). Pentru aflarea frecvenței oscilațiilor proprii ne vom folosi de aproximația micilor oscilații. Sistemul e suspendat vertical, corpul de masa m_1 fiind atasat unui fir inextensiv, iar atasate sub acesta sunt resortul si corpul de masa m_2 .

a. Calculează frecvența micilor oscilații ale sistemului (pentru un mod de oscilație), ω .

Hint: pentru calcularea contribuției masei resortului în cadrul acestor mici oscilații se poate utiliza următoarea sumă și limită:

$$\sum_j^n j^2 = \frac{N(N+1)(2N+1)}{6}$$
$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N(N+1)(2N+1)}{12N^3} = \frac{1}{6}$$



41 Șurub Acustic - Model B

B. Modelăm acum șurubul ca un cilindru elastic și omogen de lungime $L=5\text{cm}$, secțiune $S = \pi R^2 = 1.3 \text{ cm}^2$ (la echilibru), densitate $\rho = 21.4\text{g/cm}^{-3}$, suspendat de un disc atașat de tavanul incintei experimentale în câmp gravitațional. Acesta este cuplat în paralel cu un resort ideal de constantă $k=0,7 \text{ N/m}$ ca în figură. În stare nedeformată resortul este înfășurat în jurul cilindrului pe jumătate din lungimea lui. Astfel lungimea resortului nedeformat este jumătate din cea a cilindrului elastic nedeformat, $L/2$.

Pentru a găsi modulul Young al cilindrului, acesta împreună cu resortul se alungeste (se trage de el) pe o distanță foarte mică x , cu o rată constantă $\gamma = \frac{d\epsilon}{dt} = 0,1\text{s}^{-1}$, unde ϵ este alungirea relativă a corpului față de lungimea inițială a cilindrului L .

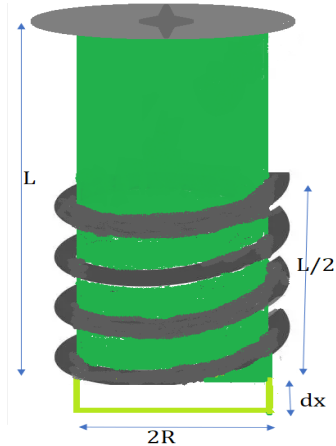
Cercetătorii au măsurat perioada $T = 0,5\text{s}$ a micilor oscilații ale acestui sistem oscilant echivalent format din cilindru elastic și resort.

b. Cunoscând datele de mai sus, găsiți modulul Young echivalent E_e al sistemului (în Pa). Modulul Young E al cilindrului se considera necunoscut

Hinturi:

1. Momentul de inerție al cilindrului, față de capătul unde este suspendat este $I = \frac{mL^2}{12}$.
2. Discul de care e suspendat cilindrul nu are masă și grosimea lui este neglijabilă, astfel că acesta nu contribuie la oscilațiile sistemului.
3. Cilindrul și resortul se deformează pe aceeași distanță x , partea superioară a resortului care este atașată de cilindru considerându-se fixă.
4. Masa resortului este neglijabilă în acest model (resort foarte ușor).

5. Aria secțiunii transversabile a resortului este egală cu cea a cilindrului, S.
6. Oscilațiile sunt doar verticale, nu există mișcări laterale.



42 Șurub Acustic - Analogii

C. Un important parametru ce trebuie analizat în studiul de față este impedanța acustică a sistemului echivalent ce formează șurubul. **Impedanța acustică descrie rezistența sistemului la undele acustice incidente pe suprafața transversală a acestuia.**

Pentru a defini și calcula acest parametru vom folosi o analogie mecano-electrică.

Analogia mecano-electrică constă în :

1. Sarcina electrică este echivalentă unei mase echivalente (sistemului).
 2. Impedanța este practic analoagă densității superficiale de curent $j = \frac{I}{S}$.
- c. În acest caz, folosind analiza dimensională corespunzătoare analogiei descrise mai sus, calculați valoarea numerică a impedanței acustice.

Se mai știe că densitatea materialului din care este confecționat acest șurub este $\rho = 18g/cm^{-3}$, iar modulul său Young $E=160kPa$.

43 Sarcini Specifice - Modelul experimental al lui Milikan

La începutul secolului XX, fizicianul Robert Milikan a realizat mai multe experimente pentru a măsura sarcina specifică a electronului. Prin pulverizarea în spațiul dintre 2 electrozi, orizontali,

sub acțiunea gravitației, a unor picături fine de ulei și aplicarea unei tensiuni (U) constante, el a observat cu ajutorul unui microscop picăturile ce căpătau, ulterior, sarcini negative. Vitezele lor, (1) în cădere liberă (v1), când nu a fost încă aplicată tensiunea, și (2) la urcare (v2), în urma aplicării tensiunii electrice, puteau fi de asemenea măsurate. În cele ce urmează vom propune caracterizarea unui model teoretic simplist prin care vom afla sarcina specifică a unei picături.

Se presupune că:

1. Asupra picăturilor acționează o forță de frecare proporțională cu viteza și de sens opus ei (în cazul acesta forța Stokes)

$$\vec{F} = -k\vec{v},$$

unde \vec{v} este viteza picăturii iar k este o constanta care în cazul forței Stokes depinde de r, raza picăturii și η = vâscozitatea (mărimă ce caracterizează forțele ce se opun înaintării corpului prin fluid), $k=6\pi\eta r$.

Vâscozitatea aerului dintre electrozi în condițiile atmosferice în care se desfășoară experimentul este $\eta = 1.8 * 10^5 Pa/s$.

2. Densitatea uleiului este $\rho = 910 kg/m^3$, iar distanța dintre electrozi $h=10cm$.
3. Forța arhimedică nu este neglijabilă, dar interacțiunile electrostatice dintre picături sunt neglijabile.
4. Sarcina picăturilor nu variază.
5. Timpii de cădere liberă, respectiv urcare t_1 , t_2 sunt $t_1=50s$, $t_2=40s$. Aceștia au fost înregistrați cu ajutorul unui cronometru.
6. Tensiunea aplicată este $U=50 kV$.
7. Raza unei picături este aproximativ $r=1.6*10^{-6}m$.

Se cere:

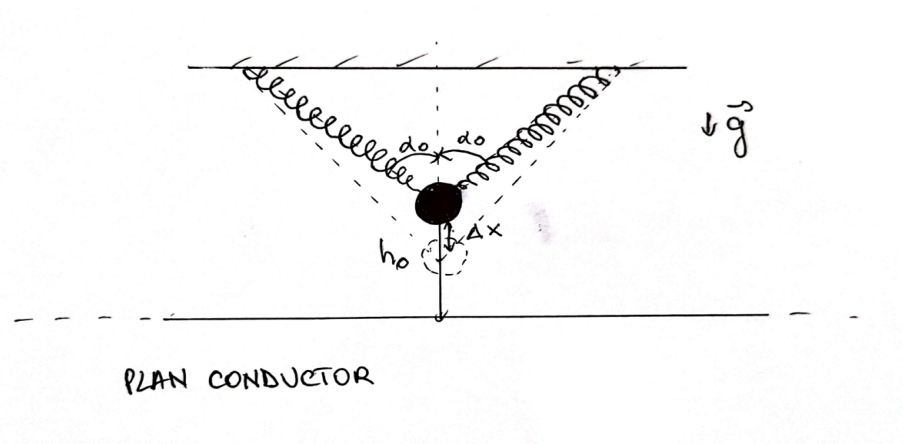
4. Determinați sarcina specifică a unei picături (în C/kg).

Hint: se consideră că, în acest model, se atinge viteza terminală aproape instantaneu, iar picătura se deplasează pe întreaga distanță h.

44 Sarcini specifice - Modelul oscilator

Deasupra unui plan conductor considerat foarte lung (planul conductor este legat la pământ) suspendăm un corp mic de sarcină q și masă m cunoscută cu ajutorul a 2 resorturi identice de partea superioară a incintei în care se află montajul experimental descris mai sus. Acesta se află inițial, în echilibru, unghiul față de normală în poziția de echilibru fiind α_0 iar distanța corpului aflat în echilibru față de planul conductor fiind h_0 .

Corpul se deplasează în jos cu ajutorul unui clește fin pe o distanță x foarte mică și este lăsat liber să oscileze (doar pe verticală).



5. Calculează frecvența ω a micilor oscilații efectuate de sarcina q .

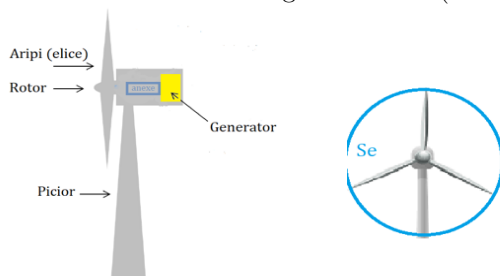
Se cunosc: sarcina specifică $\gamma = q/m = 0.00015\text{C/kg}$, constanta elastică a resorturilor $k=2\text{N/m}$, permitivitatea electrică a aerului $\epsilon = 8.85 \cdot 10^{-12}\text{F/m}$, unghiul $\alpha_0 = 45^\circ$, distanța $h_0=20\text{ cm}$ la echilibru, precum și masa $m=20\text{g}$ a corpului. Frecarea cu aerul este neglijabilă.

Hint: $(1+x)^n \rightarrow 1+nx$, când $x \ll 1$

45 Turbina eoliană

O turbină eoliană este, în cel mai simplist design al ei, alcătuită din 3 aripi conectate la un rotor central cu lame, care la rândul lui este conectat la o serie de anexe electronice și un generator electric. Toate acestea sunt dispuse pe un picior metalic înalt de câțiva zeci de metri.

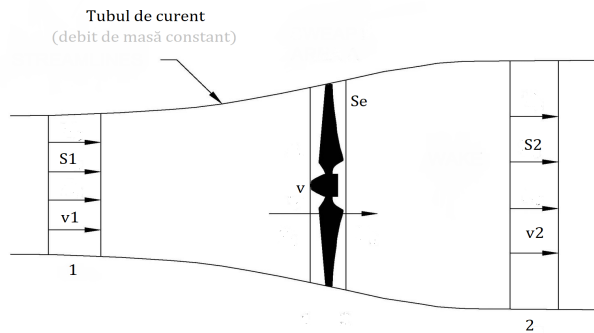
Vântul rotește aripile eolienei, generându-se de o parte și de alta a aripilor și rotorului, un tub de curent de aer cu secțiune transversală variabilă, iar energia cinetică furnizată prin rotirea aripilor este transformată în energie electrică. (vezi figura).



În aproximația noastră, pentru a analiza procesul de conversie de energie cu eficiență maximă,

vom modela ansamblul aripi+rotor ca pe un disc de suprafață echivalentă S_e care extrage energie din aerul care trece prin el cu o anumită viteză v și debit masic constant. Această suprafață este practic echivalentă suprafeței aparente create de aripile unei turbine care se rotesc sub influența vântului.

Folosind legile de continuitate și de conservare a masei de aer care “curge” prin această suprafață echivalentă, putem găsi viteza v a aerului, care din punct de vedere teoretic este corespunzătoare vitezei aerului la nivelul discului de suprafață echivalentă (deci practic la nivelul rotorului). De asemenea se pot măsura vitezele v_1 și v_2 ale aerului, în fața, respectiv în spatele discului echivalent. Aceste viteze practic corespund unor poziții din apropierea rotorului (în fața și în spatele acestuia).



Pentru orice configurație geometrică de turbină cu 3 aripi eficiența maximă are o valoare standard de aproximativ $16/27$ care se atinge pentru o anumită valoare a raportului $a = v_2/v_1 = 1/3$. v_2 și v_1 sunt vitezele în fața, respectiv în spatele rotorului, amintite mai sus

a. Cât este v_1 (m/s)?

Se mai cunosc puterea furnizată de o astfel de centrală eoliană $P=10$ MW, lungimea unei aripi $r=40$ m, densitatea aerului $\rho = 1.2 \text{ kg} * \text{m}^{-3}$.

b. Cât este viteza v la nivelul rotorului (m/s)?

Note:

1. Aerul este considerat un fluid incompresibil.
2. Debitul masic este constant în tot volumul tubului de curent.
3. Contribuțiile diferențelor de presiune ale aerului de o parte și de alta a rotorului se consideră a fi neglijabile.

46 Insula de eoliene a lui Doofenshmirtz

Doofenshmirtz a devenit om cumsecade și vrea să ajute umanitatea să facă tranziția spre surse regenerabile de energie și întocmește un proiect ambițios.

Astfel, alături de o echipă de cercetători, el vrea să instaleze turbine gigant pe o insulă cu potențial eolian. Insula este de formă pătratică, cu latura de 20 km. În centru este zona locuibilă (un pătrat de latura de 8 km) care se continuă spre unul din țărmuri cu o fâșie mai îngustă (un dreptunghi cu lungimea de 6 km și lățimea de 5 km) de așezări industriale și de agrement.

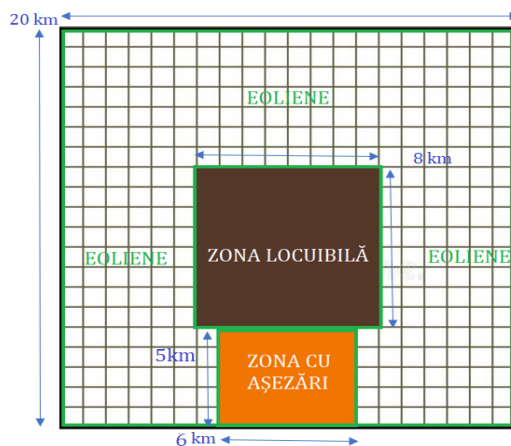
Restul suprafeței este disponibilă instalării de turbine eoliene. (vezi figura).

Se știe că :

1. Există o distanță minimă admisibilă între oricare 2 centrale eoliene. Această distanță trebuie respectată pentru a contracara efectele dăunătoare ale interferenței tuburilor de curent de aer formate de fiecare turbină în parte. Această distanță în cazul nostru este de 1 km.
2. Între marginile zonelor locuibile și cu așezări și oricare turbină eoliană trebuie să existe o distanță minimă de 2 km pentru ca zgomotul produs de turbine să nu deranjeze activitățile umane.
3. Între marginile țărmurilor și oricare turbină eoliană trebuie menținută o distanță de 1 km pentru a evita prăbușirile de teren.

7. Care e numărul maxim de astfel de turbine ce se poate dispune pe spațiul liber de pe insulă?

Hint: În imaginea dată, care înfățișează harta insulei la scală, fiecare pătrățel are latura de 1 km.



47 Electroni și o elipsă

Între armăturile unui condensator se aplică o diferență de potențial care rezultă în generarea unui câmp electric \vec{E} de sens opus accelerației gravitaționale \vec{g} .

Se injectează în spațiul dintre armături electroni cu aceeași viteză v , sub unghiuri diferite.

În dreapta electrodului se află un ecran de detecție care afișează pe un display zona în care electronii ating suprafața acestuia.

Zona atinsă de electroni are forma unei linii (dâre).

Acest device este folosit pentru a calibra sensibilitatea ecranului de detecție dar și puterea tunului

cu electroni care lansează particulele. Pentru performanța cât mai bună, se vrea a se găsi lungimea zonei de pe ecran unde pot ateriza electronii.

Pentru prelevarea unor date cât mai bune se ține cont de câteva calibrări parametrice:

1. **Pentru determinarea lungimii, traiectoria electronilor trebuie să ia o formă astfel încât să poată fi descrisă de ecuația unei elipse (așa-numita elipsă de “vârfuri ale traiectoriei”).** – vezi fig.

Aceasta se poate determina prin rearanjarea ecuației caracteristice de tip parabolic cunoscută din teoria balistică din mecanica clasică.

2. Lungimea zonei atinse de electroni pe ecranul de detecție corespunde laturii denumite *latus rectum* a elipsei. – vezi fig.

Latus rectum se definește ca latura (dublul catetei) rezultată din ridicarea unei perpendiculare din focarul elipsei și intersectarea acesteia cu conturul elipsei.

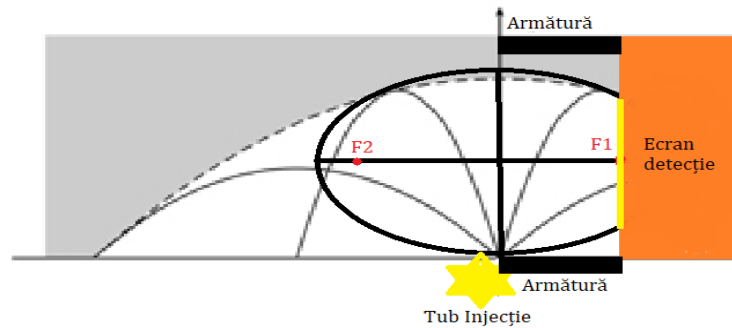
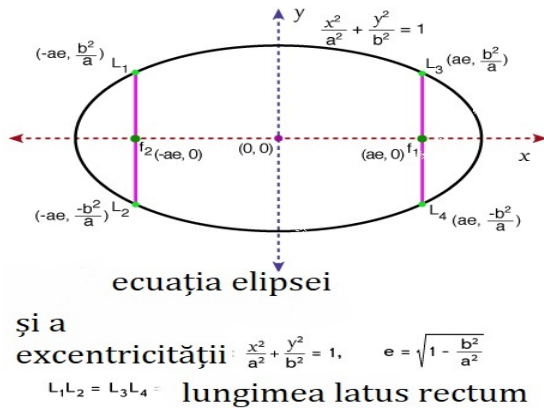
3. Nu se produc alte fenomene (radiație secundară de exemplu) în acest experiment, iar electronii sunt non-relativiști.

4. Distanța dintre ecran și punctul de injecție este destul de mare pentru ca fâșia descrisă anterior să fie observată.

5. Se cunosc modulele intensității câmpului electric $E=5\text{mV/m}$, a accelerației gravitaționale $g=10\text{m/s}^2$, sarcina electronului $e=1.6 \cdot 10^{-19}\text{ C}$, masa particulei $m=9.1 \cdot 10^{-31}\text{ kg}$, viteza de injecție $v=3 \cdot 10^3\text{ m/s}$.

Se cere:

5. Calculați în mm lungimea l a zonei atinse de electroni (lungimea *latus rectum*) în funcție de datele de mai sus.



48 Star Hunt part A

O echipă de cercetători afiliați TESS (Transiting Exoplanet Survey Satellite) au descoperit un sistem binar cu eclipsă în care componenta A (cea mare) și B (cea mică), orbitează în jurul baricentrului sistemului (A+B) pe traiectorii circulare, văzute frontal, sub un unghi $i=90^\circ$. Aceștia doresc să afle mai multe informații despre componenta B, proprietățile sale fiind analizate relativ față de cele deja cunoscute ale componentei A.

Astronomii au folosit mai multe metode de detecție, cea care le-a oferit cele mai multe avantaje pentru caracterizarea celor 2 componente fiind reprezentată de analiza curbei de lumină.

Această metodă constă în observarea curbei de lumină, un grafic ce înfățișează variația periodică a luminozității steii principale în funcție de timp. Luminozitatea steii A variază datorită trecerii (tranzitului) prin fața ei a companionului mai mic care blochează o parte din radiația emisă de aceasta.

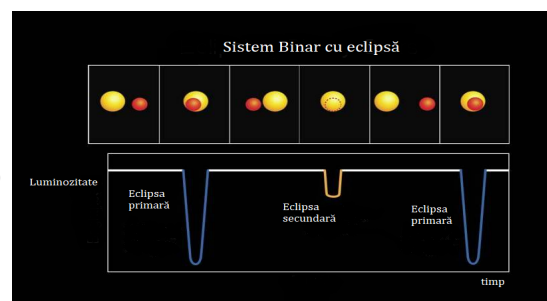
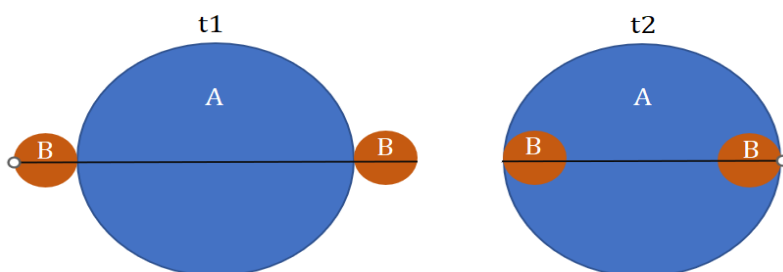
Măsurând timpii caracteristici (ce descriu perioada de scădere și creștere a luminozității) astronomii pot găsi raportul razelor celor 2 componente.

De asemenea prin calcularea câtorva parametrii mecanici, aceștia pot găsi și masa echivalentă a sistemului precum și raportul densităților celor 2 corpuri, măsurători necesare studiului evoluției stelare a componentei B.

t_1 reprezintă timpul necesar steii B să treacă prin fața steii A, din momentul în care conturul acesteia are primul contact aparent cu conturul steii A (tangentă exterior) până la ultimul contact cu conturul acesteia (tangentă exterior).

t_2 reprezintă timpul necesar steii B să treacă prin fața steii A, din momentul în care conturul acesteia este tangent interior (B este suprapus peste suprafața lui A) până la ultimul contact interior (ultima tangentă interioară), moment în care B începe să treacă de conturul lui A.

R_1 și R_2 sunt razele componentei A, respectiv a componentei B.



A. Calculează raportul dintre razele celor 2 componente, $\frac{R_2}{R_1}$.
Se cunosc timpii $t_1=43$ zile și $t_2=19$ zile.

49 Star Hunt part B

Cunoscând distanța până la CM (centrul de masă) al sistemului, $d=500$ ani-lumină și unghiurile sub care se văd razele orbitelor celor 2 componente $\theta_1 = 0.0012''$ pentru A, respectiv $\theta_2 = 0.04''$ pentru B de pe Terra, calculați :

B. Raportul dintre densitățile celor 2 stele, $\frac{\rho_2}{\rho_1}$.

Se cunosc : datele introduse anterior in problemă (atât de la punctul A cât și de la punctul B).

Notă: Unghiurile sub care se văd razele orbitelor celor 2 componente se numesc raze unghiulare ale componentelor sistemului binar și pentru distanțe foarte mari dintre observator și obiect (cum este cazul nostru) ele pot fi approximate astfel: $\theta \rightarrow \frac{r}{d}$, cu r și d raza orbitei, respectiv distanța obiect-observator. Razele unghiulare sunt observate, cu ajutorul unor instrumente optice (telescoape) de mare putere de rezoluție și precizie și reprezintă o măsură a dimensiunii aparente a acestora.

Autor: Andreea GOIA

50 Mărimi utile

Constante universale:

Raza Pământului: $R_p=6400$ km

Accelerația gravitațională: $g=9.81$ m/s²

Permeabilitatea magnetică în vid $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} N/A^2$

Permitivitate electrică vid $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} F/m$

51 Otto în S-V

Matematic entropia se definește prin următoarea relație

$$dS = \frac{dQ}{T} \quad (1)$$

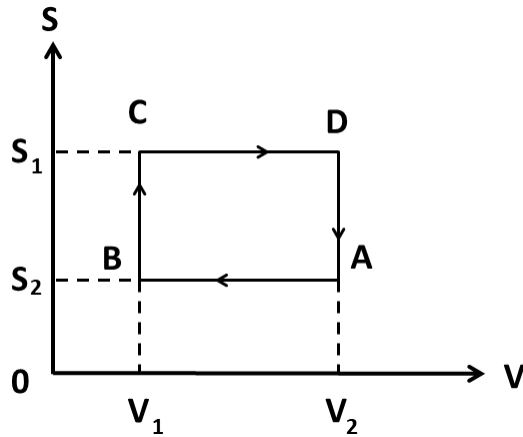
Din această relație se poate demonstra următoarea formulă

$$\Delta S_{12} = \nu C_V \ln \frac{T_2}{T_1} + \nu R \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (2)$$

Folosind diagrama din figură să se calculeze randamentul ciclului reprezentat. Se cunosc temperaturile $T_C = 500K$ și $T_D = 200K$. Să se exprime rezultatul final în procente.

52 Solenoid semi-infinit

La capătul unui solenoid, inducția câmpului magnetic depinde de distanța față de acesta după legea $\vec{B}_{(r)} = k \frac{\vec{e}_r}{r^2}$. Știind intensitatea curentului prin solenoid $I=100mA$, numărul de spire pe unitatea de lungime $n=20$ spire/cm, diametrul solenoidul $D=5cm$, să se afle k . Rezultatul final să se exprime în $m^2 \cdot nT$



53 Rețea electrică N-dimensională

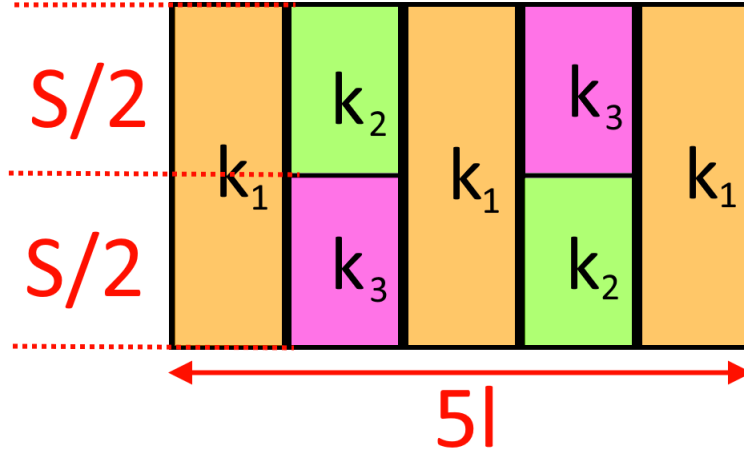
Numim rețea electrică pătratică în 2 dimensiuni, o latice formată dintr-o infinitate de pătrate (sârmă cu ochiuri pătrate), întinsă în tot planul 2-dimensional, fiecare latură având rezistența R . Numim rețea electrică pătratică în 3 dimensiuni, o latice formată dintr-o infinitate de cuburi lipite, întinsă în tot spațiul 3-dimensional, fiecare latură având rezistența R . Prin inducție definim o rețea electrică pătratică în N dimensiuni. Să se afle rezistența dintre două noduri alăturate (distanța dintre ele este egală cu lungimea laturii laticii) pentru $N=100$ și rezistența unei laturi $R = 1k\Omega$. Rezultatul final să se exprime în Ω .

54 Imagine în mișcare

Spre un sistem optic format dintr-o oglindă concavă cu raza $R=12\text{cm}$ și umplută cu apă ($n_{\text{apa}} = \frac{4}{3}$) zboară un porumbel cu viteză constantă. Să se afle distanța la care ajunge porumbelul față de acest sistem, în momentul în care viteza imaginii față de sistem va fi egală cu viteza porumbelului. Rezultatul final să se exprime în cm .

55 Corpuri alipite

Se dă sistemul din figură unde avem mai multe corpuri cu diferite proprietăți termice, aflate în contact termic. Se știe că temperatura în interiorul corpurilor variază liniar pe direcție orizontală. De asemenea, în locurile unde se realizează contact termic între două corpuri, temperatura este aceeași în tot planul vertical. Corpurile suprapuse (2 și 3) nu fac schimb de căldură pe verticală. Să se găsească coeficientul termic echivalent pe care ar trebui să îl aibă un corp omogen cu aceleași dimensiuni ca sistemul de corpuri (arie S , lungime $5l$). Se cunosc $k_1 = 0.44\text{W/mK}$, $k_2 = 0.88\text{W/mK}$, $k_3 = 0.176\text{W/mK}$. Rezultatul final să se exprime în W/mK . Se cunoaște legea transferului de căldură $\frac{\Delta Q}{\Delta t} = kS \frac{\Delta T}{\Delta x}$.

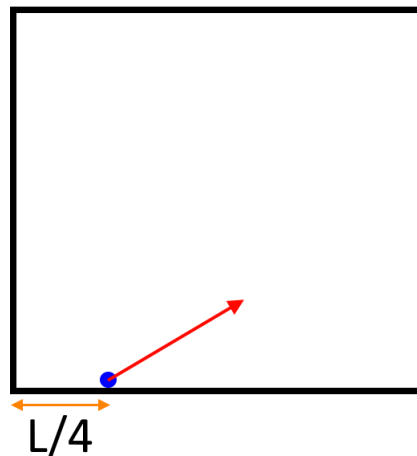


56 Oscilație cosmică

Un satelit se mișcă pe o traiectorie circulară de rază $R = 2.5R_p$ în jurul Pământului. Satelitul este lovit de un mic corp cosmic, astfel că începe să oscileze pe direcție radială (traiectoria lui rămâne apropiată de un cerc). Să se calculeze perioada micilor oscilații. Să se exprime rezultatul în ore, aproximându-se la 2 zecimale după virgulă.

57 I have seen this place before

Pe o masă orizontală se află fixată o ramă pătratică cu latura L în care este plasată o bilă ce se mișcă fără frecare. Bila se poate ciocni cu pereții ramei perfect elastic. Se plasează bila pe una dintre laturile pătratului la distanța $\frac{L}{4}$ de un colț al ramei. Să se afle unghiul sub care trebuie să fie lansată aceasta pentru ca, după reflexiile cu pereții ramei, bila să ajungă în punctul din care a plecat. Rezultatul final să se exprime în grade.



58 Pătrat vicios

Patru prieteni se joacă "Baba-oarba" într-un mod ingenios. Inițial ei se aflau în vârfurile unui pătrat cu latura $l=5\text{m}$. Pentru a se putea urmări unul pe celălalt, aceștia țină constant, astfel că fiecare prieten își va urmări vecinul din fața lui, viteza fiind mereu îndreptată către vecin. Știind că cei patru prieteni aleargă cu viteza $v_0 = 2\text{m/s}$ constantă în modul, să se găsească timpul după care se vor prinde reciproc. Rezultatul final să se exprime în secunde.

59 Ceas cu probleme

Un ceas cu pendul indică la solstițiul de vară ora de răsărit 4:41:10 și ora de apus 20:11:03, iar la solstițiul de iarnă ora de răsărit 7:58:15 și ora de apus 16:46:22. Știind perioadele reale ale duratelor zilelor la solstițiul de vară respectiv iarnă ca fiind 15.5h și 8.8h, temperatura în ziua solstițiului de vară 40°C și cea în ziua solstițiului de iarnă -20°C , să se determine coeficientul de dilatare termică liniară al tijeii pendulului. Să se exprime rezultatul în $(MK)^{-1}$ (*megakelvin*) $^{-1}$ și să se aproximeze la o zecimală după virgulă.

60 Hexagon

Se consideră în vid o placă hexagonală cu latura $l=10\text{cm}$ și încărcată electric cu sarcina $q = 0.5\mu\text{C}$. Deasupra centrului acesteia se află la o înălțime foarte mică o sarcină punctiformă q . Să se găsească forța de interacțiune dintre sarcină și placă. Rezultatul final să se exprime în N și să se aproximeze rezultatul la o zecimală după virgulă.

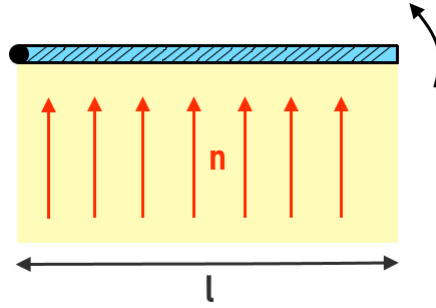
Autor: Cayuss MIHAITOAIA

61 Oglindă oscilantă

Să presupunem că avem în câmp gravitațional o oglindă omogenă pătrată cu lungimea l și masa m . Oglinda este articulată de-a lungul unei laturi (ca o ușă), și se află inițial în plan orizontal. Pe oglindă este trimis incident un fascicul de fotoni cu concentrația volumică de fotoni n , fiecare foton având lungimea de undă λ . Fotonii se reflectă perfect pe oglindă și nu sunt absorbiți. Să se determine pulsația micilor oscilații ω ale oglinzii în jurul poziției de echilibru. Se știe că $mg < 2nc\frac{h}{\lambda}l^2$. Aplicație numerică: $l=1\text{m}$, $m=1\text{kg}$, $n=3.0184 \cdot 10^{19}\text{m}^{-3}$, $\lambda = 600\text{nm}$. Să se aproximeze rezultatul la o zecimală după virgulă (ex $3.2211 \approx 3.2$), rezultatul fiind exprimat în rad/s.

62 Pompă de compresie imperfectă

Vrem să creăm o presiune mare într-o incintă cu volumul V , cu pereții rigizi. Pentru acest lucru folosim o pompă de compresie cu volumul de lucru v . Incinta prezintă un orificiu foarte mic de arie S prin care pot ieși moleculele de gaz. Presupunem că în afara incintei este în permanență vid, că pompa de compresie introduce gaz la presiunea p_0 , că pompa face cicluri care se consideră instantanee dar există un interval de timp ne-neglijabil dintre 2 cicluri consecutive, Δt . Considerăm presiunea din incintă la momentul inițial p_i , chiar atunci când pompa a început primul ciclu. Temperatura întregului sistem rămâne constantă, T . Să se găsească presiunea din incintă imediat



după al n-lea ciclu, pentru un număr n foarte mare. Masa molară a gazului este μ Aplicație numerică: $V=1m^3$, $v=0.1m^3$, $S=1cm^2$, $p_0 = 10^5 Pa$, $\Delta t = 1min$, $T=300K$, $\mu=29.73 g/mol$. Să se ofere rezultatul în kPa. Formule importante:

1) Presiunea unui gaz cu masa unei molecule m_0 și concentrația volumică de molecule n

$$p = \frac{1}{3} m_0 n \overline{v^2} \quad (3)$$

2) Fluxul de molecule printr-un orificiu cu aria S , gazul având concentrația volumică de molecule n

$$\frac{\delta N}{\delta t} = \frac{1}{4} n S \bar{v} \quad (4)$$

3) Viteza medie a moleculelor

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} \quad (5)$$

4) Presiunea în incintă după un ciclu al pompei

$$p_f = p_i + p_0 \frac{v}{V} \quad (6)$$

Este cunoscută suma:

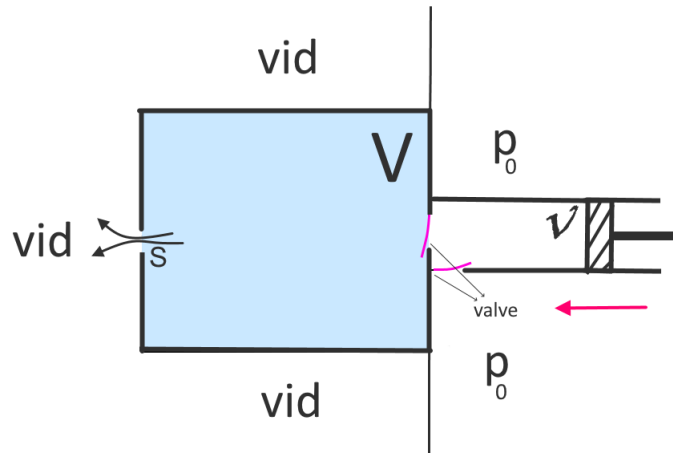
$$\sum_{i=0}^n \frac{\Delta x}{x_0 + i \cdot \Delta x} \approx \ln \frac{x_0 + n \Delta x}{x_0} \quad (7)$$

pentru Δx foarte mic ($|\Delta x| \ll x_0$) și $n \rightarrow \infty$. Dacă notăm $x_f = x_0 + n \cdot \Delta p$, atunci:

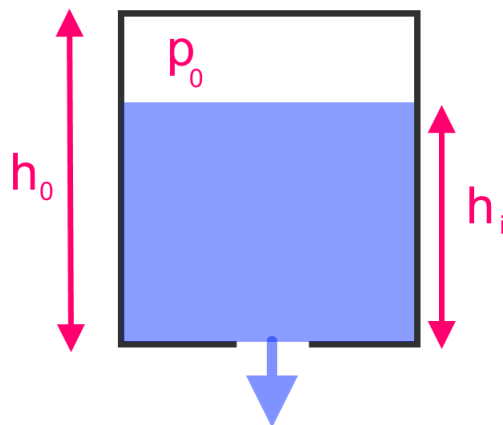
$$\sum_{i=0}^n \frac{\Delta x}{x_0 + i \cdot \Delta x} \approx \ln \frac{x_f}{x_0} \quad (8)$$

63 Cum curge apa dintr-un bidon

Avem un bidon considerat într-o primă aproximație un cilindru care are pe o bază o deschizătură circulară, situată pe axa de simetrie a cilindrului, cu diametrul mai mic decât diametrul cilindrului.

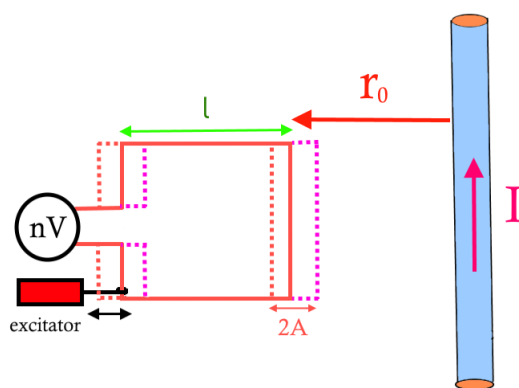


Să presupunem că vrem să golim bidonul ținând-ul vertical, cu orificiul în partea inferioară, practic lăsăm gravitația să își facă treaba. Din experiență observăm că apa nu curge constant, ci bule de aer intră în sticlă în mod regulat. Pentru a modela această situație o să considerăm că o bulă de aer aflată la presiunea atmosferică p_0 , cu volumul V_0 , intră instantaneu în bidon atunci când presiunea atmosferică poate învinge presiunea apei de la suprafața deschizăturii. Se consideră temperatura constantă peste tot. Se cunosc: nivelul inițial de apă din sticlă h_i , aria bazei cilindrului S , înălțimea bidonului h_0 , presiunea inițială a aerului blocat în sticlă era p_0 , densitatea apei ρ , volumul bulei de aer V_0 . Se cere să se calculeze presiunea aerului din sticlă imediat după ce prima bulă a intrat în sticlă. Aplicație numerică: $h_i = 0.525m$, $S=200cm^2$, $h_0=1m$, $p_0 = 10^5 Pa$, $\rho = 1000kg/m^3$, $V_0 = 4 \cdot 10^{-6}m^3$. Să se ofere rezultatul în Pa.



64 Ampermetru wireless

Un ampermetru wireless este format dintr-un cadru de metal pătrat cu latura l , conductor electric, care este legat la un nanovoltmetru ce funcționează în curent alternativ. Cadrul este forțat de către un mecanism (excitator) să oscileze armonic, însă amplitudinea pulsației este păstrată foarte mică ($A \ll r_0$) încât putem neglija și termenii de ordin 1 în A . Cu acest dispozitiv se poate măsura intensitatea curentului printr-un conductor liniar și lung. Se așează cadrul în același plan cu firul liniar, cu 2 dintre laturi paralele cu firul. Distanța dintre fir și cea mai apropiată latură paralelă cu firul este r_0 . Oscilația cadrului are loc pe direcție perpendiculară pe fir. Cunoscând latura cadrului l , amplitudinea oscilației A , pulsația oscilației ω , distanța de la fir la cadru r_0 , indicația voltmetrului U_0 și alte constante universale, să se determine intensitatea curentului prin fir în amperi. Aplicație numerică: $l=10\text{cm}$, $A=0.1\text{cm}$, $\omega=50\text{rad/s}$, $r_0=20\text{cm}$, $U_0=2.357\text{ nV}$ Atenție! Aparatele de măsură indică întotdeauna valori efective!!



65 Lentilă defectă

O lanternă este plasată în fața unei lentile la distanța $-x_1$ ($x_1 < 0$) față de aceasta, pe axa optică principală. Lanterna pâlăie lumină roșie și albastră, ca un girofar de poliție. De cealaltă parte a lentilei se află un observator la o distanță D față de lentilă. Diametrul lanternei este d_0 , mic. Fenomenul de dispersie este pronunțat pentru această lentilă, astfel că distanța focală pentru lumina roșie este f , iar pentru lumina albastră este f' . Observatorul se află la o distanță D suficient de mare astfel încât unghiul sub care observă lanterna este foarte mic, putând folosi aproximațiile standard pentru sinus și cosinus. Pentru ce distanță maximă D observatorul încă mai sesizează diferența de diametru dintre lanterna cu lumină roșie și lanterna cu lumină albastră? Se știe că ochiul uman percepe 2 puncte ca fiind distincte dacă distanța unghiulară dintre ele este de cel puțin $50''$. Aplicație numerică: $x_1=-10\text{cm}$, $f=5\text{cm}$, $f'=6\text{cm}$, $d_0=0.364\text{cm}$. Să se exprime rezultatul în metri. Să se aproximeze rezultatul la 2 zecimale după virgulă.

66 Transformare neobișnuită

Să se calculeze căldura molară într-un punct de volum V_0 pentru transformarea unui gaz monoatomic descrisă de legea $p(V) = \alpha V^2 + \beta$. Aplicație numerică: $\alpha = 1Pa/m^6$, $\beta = 2Pa$, $V_0 = 1m^3$. Să se exprime rezultatul în funcție de R ($C = x \cdot R$, $x=?$)

67 Condensator elastic

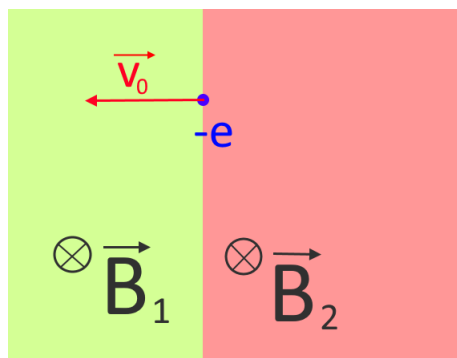
Care va fi alungirea unui resort vertical de constanță elastică k de care este prins o armătură a unui condensator plan încărcat cu sarcina $\pm q$ pe ambele plăci? Se cunoaște aria plăcilor S și masa unei armături m . Neglijăm efectele de margine. După eliberarea sistemului, armătura și resortul nu vor oscila, ci vor rămâne în poziția de echilibru. Aplicație numerică: $k=100N/m$, $q=2.975 \cdot 10^{-6}C$, $S=0.5m^2$, $m=10g$. Să se exprime rezultatul în cm.

68 Scripete greu

Peste un scripete omogen, în formă de disc, este trecut un fir inextensibil care nu alunecă pe circumferința scripetelui. De capetele firului sunt legate 2 corpuri de mase m_1 și m_2 . Cunoscându-se accelerația corpului 1, a_0 , să se determine masa scripetelui. Aplicație numerică: $m_1 = 2kg$, $m_2 = 3kg$, $a_0 = 1m/s^2$. Să se exprime rezultatul în kg.

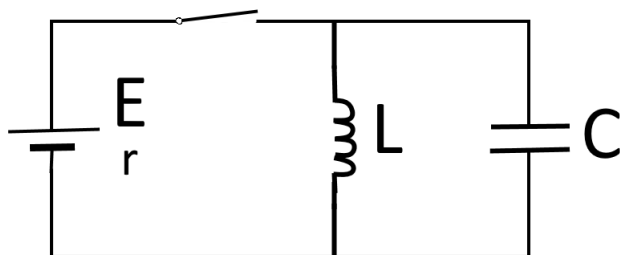
69 Capcana de electroni

Două medii sunt separate printr-o frontieră plană. În cele 2 medii vom avea 2 câmpuri magnetice diferite, B_1 și B_2 , paralele între ele, constante și paralele cu frontiera. Un electron este lansat cu viteza v_0 de pe frontiera dintre cele 2 medii, perpendicular pe aceasta, spre mediul 1. Spunem că a trecut un ciclu la fiecare a doua revenire a electronului pe frontieră. După fiecare ciclu, intensitățile inducțiilor câmpurilor magnetice din cele 2 medii se dublează. Să se afle distanța dintre poziția inițială și cea de după mult timp a electronului. Aplicație numerică: $B_1 = 2.2744T$, $B_2 = 1T$, $v_0 = 1000km/s$. Să se exprime rezultatul în μm . Să se aproximeze rezultatul cu o zecimală după virgulă (ex $1.57 \approx 1.6$).



70 Încărcare descărcare

Un generator cu t.e.m E și rezistența internă r este conectat la o bobină de inductanță L și rezistență proprie neglijabilă, având în paralel un condensator de capacitate C . Inițial întrerupătorul este închis, și rămâne așa mult timp. La un moment dat întrerupătorul se deschide. Care este tensiunea maximă la bornele bobinei? Aplicație numerică: $E=10\text{V}$, $r=10\Omega$, $L=0.1\text{H}$, $C=0.1\mu\text{F}$. Oferiți răspunsul numeric în kV.



Autor: Ana LUPOAE

71 Steaua puternica

HE 01075240 este una dintre cele mai slab metalice stele de Populatie II din Galaxia noastra. Cu alte cuvinte, HE 01075240 este o stea foarte batrana (≈ 13 miliarde de ani) si reprezinta un important candidat pentru a afla mai multe informatii despre structura chimica a universului primordial. Stiind ca tipul spectral al stelei este G, iar raza acesteia este de aproximativ 4,850,459.9 km, determinati puterea de iradiere a stelei HE 01075240.

72 Flux

Constelatia Fecioara gazduieste sistemul binar, Spica, stelele neputand fi separate decat prin caracterizare spectroscopica. Stiind ca Spica are magnitudinea aparenta $m_1 = 0.97$, aflati de cate ori este steaua Sirius ($m_2 = -1.33$) mai luminoasa decat Spica.

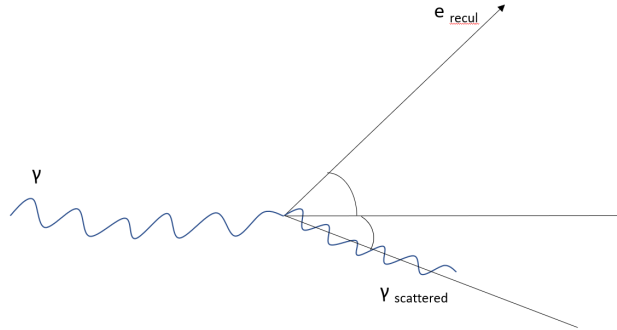
73 Lant proton-proton

Lantul de reactie proton-proton este unul dintre motivele pentru care tu poti rezolva acum aceste probleme. Reprezinta un numar de reactii in lant si reactia totala poate fi scrisa ca:



Stiind ca masa a 4 protoni este $6.6904 \cdot 10^{-27}\text{kg}$, iar $^4\text{He} = 6.6447 \cdot 10^{-27}\text{ kg}$, calculati energia (J) produsa de lantul proton-proton.

Nota: o particula de masa m aflata in repaus are energia $E = mc^2$, unde c este viteza luminii in vid.



74 Gamma beam

Cand un foton γ interactioneaza cu un electron liber dintr-un atom, se poate produce un transfer de energie intre cele doua entitati. Considerati un fascicul gamma cu lungimea de unda $\lambda = 1.88 \cdot 10^{-2}$ Å. Daca radiatia imprastiata de electronii liberi este observata la 90° fata de fasciculul incident, care este energia data unui electron de recul?

Nota: energia cinetica a unui foton de lungime de unda λ este $\epsilon = \frac{hc}{\lambda} = pc$, unde c este viteza luminii in vid, h este constanta lui Planck, iar p este impulsul fotonului.

75 Muon vs Fe

Te afli intr-un laborator de ultima generatie dotat cu o camera de interactie special conceputa pentru fizica nucleara. Pentru un experiment, ai nevoie sa masori grosimea unei placi de fier ($\rho = 7.87 \text{ g/cm}^3$), inasa in laborator nu gasesti niciun instrument de masurat. Decizi sa folosesti un accelerator de protoni si o tinta pentru a masura grosimea placii de fier, interactie in urma careia rezulta muoni. Stiind ca energia de stopare pe care muonul o resimte in urma interactiei cu placa de fier este de 1102 MeV, aflati grosimea materialului.

Precizari: considerati $\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} \approx 1.4 \text{ MeV cm}^2/\text{g}$ cu $\beta_\gamma = 3$ pentru formula Bethe-Bloch:

$$-\frac{dE}{dx} = Kz^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[\frac{1}{2} \ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 T_{max}}{I^2} - \beta^2 - \frac{\delta}{2} \right] \quad (10)$$

76 Camera cu bule

Cu ajutorul unei camere cu bule se pot observa traiectoriile particulelor incarcate ce se deplaseaza printr-un lichid transparent. In figura de mai jos se pot observa traiectoria unui electron si traiectoria unui pozitron (cele doua spirale opuse intr-un camp magnetic uniform $B = 0.2 \text{ Wb/m}^2$), relevand generarea unei perechi electron-pozitron. Stiind razele lor $r = 2.5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$, calculati energia fotonului ce a facut posibila generarea de pereche.



Figure 3: Generarea unei perechi electron-positron.

77 Appendix

77.1 Constante universale

Constanta lui Plank: $h = 6.626 \cdot 10^{-34} J \cdot s$

Viteza luminii în vid: $c = 3 \cdot 10^8 m/s$

Acceleția gravitațională: $g = 10 m/s^2$

Constanta gazelor ideale: $R = 8.31 J/mol \cdot K$

Sacina electronului: $e = 1.602 \cdot 10^{-19} C$

Masa electronului: $m_e = 9.109 \cdot 10^{-31} kg$

Permitivitatea electrică a vidului: $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} F/m$

Permeabilitatea magnetică a vidului: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} N/A^2$

77.2 Matematică

Este cunoscută suma:

$$\sum_{i=0}^n \frac{\Delta x}{x_0 + i \cdot \Delta x} \approx \ln \frac{x_0 + n\Delta x}{x_0} \quad (11)$$

pentru Δx foarte mic ($|\Delta x| \ll x_0$) și $n \rightarrow \infty$. Dacă notăm $x_f = x_0 + n \cdot \Delta p$, atunci:

$$\sum_{i=0}^n \frac{\Delta x}{x_0 + i \cdot \Delta x} \approx \ln \frac{x_f}{x_0} \quad (12)$$